

## 8. La competenza matematica

La matematica, come le scienze, ha costituito un ambito secondario di valutazione nell'indagine PISA 2009, quindi per l'accertamento della competenza matematica è stato utilizzato un numero minore di quesiti rispetto a quello impiegato per la lettura. La competenza matematica dei quindicenni ha costituito, tuttavia, l'ambito principale della valutazione in PISA 2003, e in questa occasione è stata costruita la scala di competenza matematica che ha permesso di descrivere in modo analitico i risultati anche nelle edizioni successive di PISA.

In questo capitolo presentiamo la definizione di competenza matematica e i risultati ottenuti dagli studenti dell'Alto Adige, confrontandoli con quelli della macroarea geografica di appartenenza, cioè il Nord Est, con quelli nazionali e con quelli internazionali. I risultati sono stati anche disaggregati per gruppo linguistico, per tipo di scuola e per genere.

### 8.1 Definizione della competenza matematica in PISA

PISA definisce la competenza matematica (*mathematical literacy*) come:

*“la capacità di un individuo di individuare e comprendere il ruolo che la matematica gioca nel mondo reale, di operare valutazioni fondate e di utilizzare la matematica e confrontarsi con essa in modi che rispondano alle esigenze della vita di quell'individuo in quanto cittadino impegnato, che riflette e che esercita un ruolo costruttivo.”* (OECD 2006, trad. it. 2007, 86)

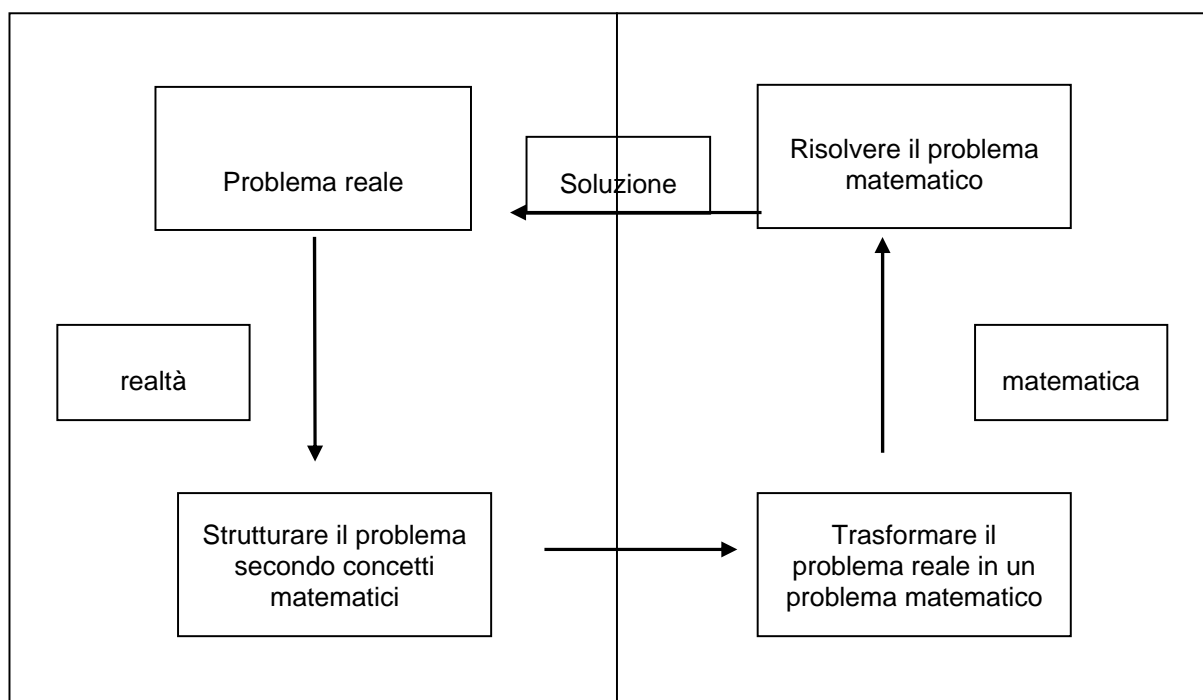
L'espressione “**competenza matematica**”<sup>1</sup>, che si differenzia da “competenza di matematica”, è la traduzione che preferiamo dell'inglese “mathematical literacy”, perché ci sembra dia una migliore definizione dell'oggetto di indagine. In PISA si mette in risalto quella competenza che consente allo studente quindicenne di ragionare e comunicare in modo efficace i propri ragionamenti, nel porre, risolvere e interpretare problemi matematici. La competenza matematica include anche la capacità di individuare gli aspetti della realtà che possono essere tradotti e affrontati in termini matematici. Per questo **la competenza matematica comprende la specifica competenza disciplinare**, più vicina alla conoscenza dei costrutti matematici, ma mette l'accento sul processo di **matematizzazione**, con il quale si passa dal piano della realtà a quello della matematica e da quest'ultimo si ritorna a quello della realtà, attraverso una pluralità di passi che vanno dal riconoscimento alla semplificazione, dalla formalizzazione alla simbolizzazione, alla generalizzazione.

Nella figura 8.1 si riporta una rappresentazione di tale processo, come descritto in PISA 2003.

---

<sup>1</sup> D'Amore Fandino Pinella – rassegna Istituto pedagogico

Figura 8.1 – Schema del processo di matematizzazione



Questo schema evidenzia come la competenza matematica in PISA coniughi la conoscenza e la comprensione della matematica, con la capacità di applicare la matematica alla soluzione di problemi reali in contesti specifici. L'obiettivo dell'indagine non è quindi quello di verificare e valutare quanta matematica conoscano i giovani quindicenni, ma di accertare in quale misura essi sappiano mobilitare conoscenze e abilità matematiche per risolvere anche problemi analoghi a quelli che si incontrano nella vita reale.

### 8.1.1 Dimensioni alla base della valutazione della competenza matematica

In riferimento a quanto detto la valutazione della competenza matematica è stata messa a punto tenendo conto di tre dimensioni: il contenuto matematico, i processi matematici e i contesti.

#### **Contenuto matematico**

La dimensione del contenuto distingue le conoscenze matematiche in relazione ad alcuni nuclei o idee chiave: **spazio e forma, cambiamento e relazioni, quantità, incertezza**.

**Spazio e forma** si riferisce alle proprietà spaziali degli oggetti, alle loro relazioni e posizioni.

**Cambiamento e relazioni** si riferisce alla descrizione matematica di fenomeni e delle loro interrelazioni.

**Quantità** comprende il numero, ma anche la stima di grandezze.

**Incertezza** riguarda i problemi che hanno soluzione probabilistica o statistica.

Per quanto le quattro idee chiave siano riconducibili alle più consuete branche della matematica (geometria, algebra, aritmetica, probabilità e statistica), la scelta terminologica sottolinea, l'obiettivo di PISA di indagare la padronanza da parte dei quindicenni di contenuti matematici rilevabili nella realtà come appunto le forme, il cambiamento, la quantità e la misura, l'incertezza.

#### **Processi matematici**

Per rispondere ai quesiti di PISA, contestualizzati e spesso relativi a problemi della vita reale, occorrono i diversi passaggi che rientrano nel processo di matematizzazione (figura 8.1). Le competenze messe in gioco in tale processo sono state distinte in tre raggruppamenti, ciascuno dei quali è poi contraddistinto da diversi livelli di padronanza.

“Il raggruppamento della **riproduzione** comprende processi utilizzati nella risoluzione di problemi per lo più conosciuti o consueti. Si tratta di ricordare, di riprodurre, di ricollegare oggetti, proprietà e relazioni già note applicando algoritmi e abilità tecniche relativamente semplici e già utilizzate.

Il raggruppamento delle **connessioni** comprende i processi che, pur facendo riferimento a schemi familiari e conosciuti, non possono ridursi ad un'unica procedura di routine, ma richiedono, per l'individuazione della soluzione del problema, un maggior impegno nell'interpretazione, nel passaggio da una rappresentazione ad un'altra o nel collegamento di diversi aspetti della situazione in esame.

Il raggruppamento della **riflessione** comprende processi che si esprimono sotto forma di scoperta o di riflessione sulla propria azione; la riflessione implica la creazione e la scelta della strategia migliore per trovare la soluzione. Tali competenze giocano un ruolo decisivo in problemi costituiti da un più alto numero di elementi informativi e in problemi che chiedono allo studente di generalizzare e giustificare la soluzione trovata.” (Bolletta R./Pozio S., 2005)

### **Contesti**

Nei quesiti di PISA è assegnato un ruolo importante al contesto o situazione ai quali il problema si riferisce.

I contesti / situazioni vengono classificate in base alla loro maggiore o minore vicinanza rispetto ai ragazzi: da **situazioni personali**, conosciute o legate all'ambito familiare, si passa a **situazioni educative ed occupazionali** riferendosi a quelle dell'ambiente di scuola e del lavoro, per arrivare a situazioni **pubbliche e scientifiche**, che hanno a che fare con la comunità locale e con la società o con questioni prettamente scientifiche che richiedono conoscenze disciplinari della matematica o della tecnologia.

“Questa classificazione si basa sulla distanza del contesto dallo studente: si va da contesti molto vicini e familiari di cui si ha immediata e diretta percezione a contesti via via più lontani di cui si ha una conoscenza più formalizzata e astratta e meno legata alla propria emotività e alla percezione sensoriale.

Tra i quesiti della prova PISA vi sono non solo contesti in cui gli oggetti, i simboli o le strutture matematiche sono facilmente riconoscibili, ma anche contesti in cui lo studente deve attivare le proprie conoscenze matematiche per poterle ritrovare in elementi che non hanno quasi nulla di immediatamente riconducibile alla matematica.” (Bolletta R./Pozio S., 2005)

### **8.1.2 Livelli sulla scala di competenza matematica**

In PISA la scala della competenza matematica è articolata in sei livelli (figura 8.2).

**Figura 8.2 – Tipi di compiti matematici che corrispondono a ciascun livello della scala**

Livello	Punteggio minimo	Descrittori di ciascun livello della scala di competenza matematica
6	669	Gli studenti di <b>6° livello</b> sono in grado di concettualizzare, generalizzare e utilizzare informazioni basate sulla propria analisi e modellizzazione di situazioni problematiche complesse. Essi sono in grado di collegare fra loro differenti fonti d'informazione e rappresentazioni passando dall'una all'altra in maniera flessibile. A questo livello, gli studenti sono capaci di pensare e ragionare in modo matematicamente avanzato. Essi sono inoltre in grado di applicare tali capacità di scoperta e di comprensione contestualmente alla padronanza di operazioni e di relazioni matematiche di tipo simbolico e formale in modo da sviluppare nuovi approcci e nuove strategie nell'affrontare situazioni inedite. A questo livello, gli studenti sono anche capaci di esporre e di comunicare con precisione le proprie azioni e riflessioni collegando i risultati raggiunti, le interpretazioni e le argomentazioni alla situazione nuova che si trovano ad affrontare.
5	607	Gli studenti di <b>5° livello</b> sono in grado di sviluppare modelli di situazioni complesse e di servirsene, di identificare vincoli e di precisare le assunzioni fatte. Essi sono inoltre in grado di selezionare, comparare e valutare strategie appropriate per risolvere problemi complessi legati a tali modelli. A questo livello, inoltre, gli studenti sono capaci di sviluppare strategie, utilizzando abilità logiche e di ragionamento ampie e ben sviluppate, appropriate rappresentazioni, strutture simboliche e formali e capacità di analisi approfondita delle situazioni considerate. Essi sono anche capaci di riflettere sulle proprie azioni e di esporre e comunicare le proprie interpretazioni e i propri ragionamenti.
4	545	Gli studenti di <b>4° livello</b> sono in grado di servirsi in modo efficace di modelli dati applicandoli a situazioni concrete complesse anche tenendo conto di vincoli che richiedano di formulare assunzioni. Essi sono in grado, inoltre, di selezionare e di integrare fra loro rappresentazioni differenti, anche di tipo simbolico, e di metterle in relazione diretta con aspetti di vita reale. A questo livello, gli studenti sono anche capaci di utilizzare abilità ben sviluppate e di ragionare in maniera flessibile, con una certa capacità di scoperta, limitatamente ai contesti considerati. Essi riescono a formulare e comunicare spiegazioni e argomentazioni basandosi sulle proprie interpretazioni, argomentazioni e azioni.
3	482	Gli studenti di <b>3° livello</b> sono in grado di eseguire procedure chiaramente definite, comprese quelle che richiedono decisioni in sequenza. Essi sono in grado, inoltre, di selezionare e applicare semplici strategie per la risoluzione dei problemi. A questo livello, gli studenti sono anche capaci di interpretare e di utilizzare rappresentazioni basate su informazioni provenienti da fonti differenti e di ragionare direttamente a partire da esse. Essi riescono a elaborare brevi comunicazioni per esporre le proprie interpretazioni, i propri risultati e i propri ragionamenti.
2	420	Gli studenti di <b>2° livello</b> sono in grado di interpretare e riconoscere situazioni in contesti che richiedano non più di un'inferenza diretta. Essi sono in grado, inoltre, di trarre informazioni pertinenti da un'unica fonte e di utilizzare un'unica modalità di rappresentazione. A questo livello, gli studenti sono anche capaci di servirsi di elementari algoritmi, formule, procedimenti o convenzioni. Essi sono capaci di ragionamenti diretti e di un'interpretazione letterale dei risultati.
1	358	Gli studenti di <b>1° livello</b> sono in grado di rispondere a domande che riguardino contesti loro familiari, nelle quali siano fornite tutte le informazioni pertinenti e sia chiaramente definito il quesito. Essi sono in grado, inoltre, di individuare informazioni e di mettere in atto procedimenti di routine all'interno di situazioni esplicitamente definite e seguendo precise indicazioni. Questi studenti sono anche capaci di compiere azioni ovvie che procedano direttamente dallo stimolo fornito.

Fonte: OECD 2004, 47 (trad. ital. INVALSI 2006, p. 32).

Al primo livello corrisponde la padronanza di processi semplici applicati in riferimento a situazioni e contesti familiari e ben conosciuti, ai livelli intermedi si collocano prestazioni che, in contesti non sempre familiari, richiedono collegamenti tra concetti e conoscenze, mentre al sesto e più alto livello corrisponde la padronanza di processi di riflessione e di sintesi in riferimento a contesti anche nuovi ed estranei alla consueta esperienza dello studente.

### 8.1.3 Esempi di item a diversi livelli della scala

Per comprendere meglio quanto sin qui esposto, proponiamo una selezione di quesiti, liberati dall'edizione 2003, che corrispondono ai diversi livelli della scala di competenza e riportiamo, per ciascuno, il punteggio relativo sulla scala complessiva della competenza matematica.

Per rispondere, ad esempio, al quesito 1 della prova “Carpentiere”, sono chiamati in causa processi di riflessione, applicati a contesti non abituali per lo studente, che corrispondono ai punteggi più elevati sulla scala della competenza matematica (669 punti). Viceversa, per rispondere al quesito 1 del problema “Tasso di cambio” viene richiesta puramente l’applicazione e l’esecuzione di un’operazione nota in una situazione abbastanza familiare. Il punteggio, in questo caso, corrisponde al livello 1 sulla scala di competenza matematica (<420).

Come descritto nella figura 8.3, quesiti che richiedono l’applicazione di operazioni conosciute in contesti familiari si collocano ad un livello basso della scala di competenza matematica, mentre domande che mobilitano collegamenti tra conoscenze e richiedono processi di sintesi tra le stesse e nuove strategie risolutive in situazioni non abituali per lo studente, sono associate ai punteggi più elevati.

**Figura 8.3 – Esempi di quesiti e loro posizione sulla scala di competenza matematica**

Punteggio minimo	livello	
669.3	6	(687) CARPENTIERE – Domanda 1
607	5	(620) RISULTATI DI UNA VERIFICA – Domanda 1
544.7	4	(586) TASSO DI CAMBIO – Domanda 3
482.4	3	(525) CRESCITA – Domanda 2
420.1	2	(421) SCALA – Domanda 1
357.8	1	(406) TASSO DI CAMBIO – Domanda 1

Fonte: OECD 2007a, 305

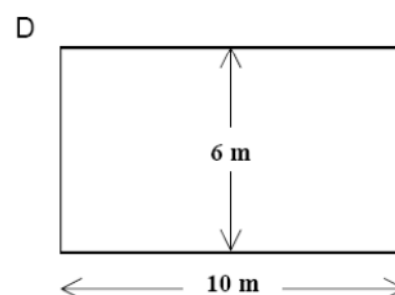
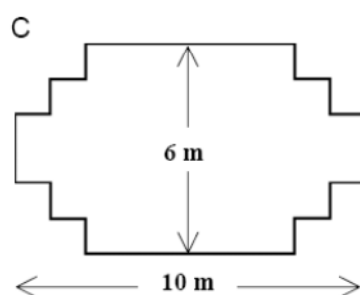
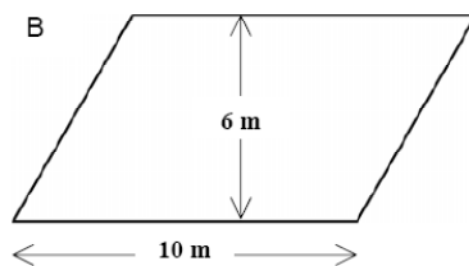
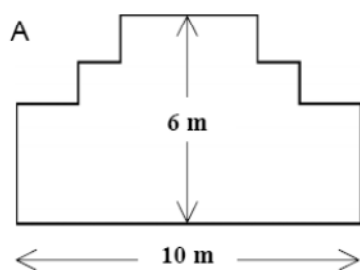
Prova rilasciata

## CARPENTIERE

### Domanda 1: CARPENTIERE

M266Q01

Un carpentiere ha 32 metri di tavole di legno e vuole fare il recinto a un giardino. Per il recinto prende in considerazione i seguenti progetti.



Indica per ciascun progetto se è possibile realizzarlo con 32 metri di tavole.

Fai un cerchio intorno a «Sì» o a «No».

Progetto per il recinto	Utilizzando questo progetto, si può realizzare il recinto con 32 metri di tavole?
Progetto A	Sì / No
Progetto B	Sì / No
Progetto C	Sì / No
Progetto D	Sì / No

Risposte corrette: (A, sì) , (B,no), (C,sì), (D,sì)

**Commento:**

*Si tratta di un quesito a scelta multipla collocato in un contesto educativo ed occupazionale, per la sua natura quasi realistica e non dissimile dai problemi assegnati a scuola. Il quesito fa riferimento all'ambito di contenuti "spazio e forma".*

*Il quesito ha un punteggio di 687 punti e si colloca pertanto al livello più alto della scala di competenza matematica<sup>2</sup>.*

*Per rispondere alla domanda lo studente deve aver chiaro il concetto geometrico di perimetro, riconoscere che il dato numerico non gli dà tutti gli elementi di cui ha bisogno, trovare quindi una strategia alternativa alla semplice applicazione di una formula, analizzare le figure, scoprire le regolarità (la lunghezza di un segmento a gradini è data dalla somma dei segmenti paralleli a quella dimensione) e, ricorrendo alle conoscenze geometriche o a contro esempi, individuare che una delle figure proposte (B) non può essere recintata con gli stessi metri di tavole delle altre. Al di là delle individuali scelte risolutive di ciascuno studente si può notare che viene richiesta l'attivazione di processi di analisi, sintesi, connessione e riflessione. Lo studente che risponde correttamente dimostra di conoscere il concetto di perimetro, di saperlo collegare alle conoscenze geometriche sui quadrilateri e di riflettere sulle caratteristiche di ogni figura (tanto da poter escludere l'aiuola B perché il lato obliquo è sicuramente più lungo di quello perpendicolare tra i due lati paralleli).*

---

<sup>2</sup> Per approfondimenti sulla prova e sui risultati ottenuti dagli studenti della provincia di Bolzano si consiglia di consultare la pubblicazione "PISA 2003 – Risultati dell'Alto Adige" a pag. 51.

---

## Prova rilasciata

# RISULTATI DI UNA VERIFICA

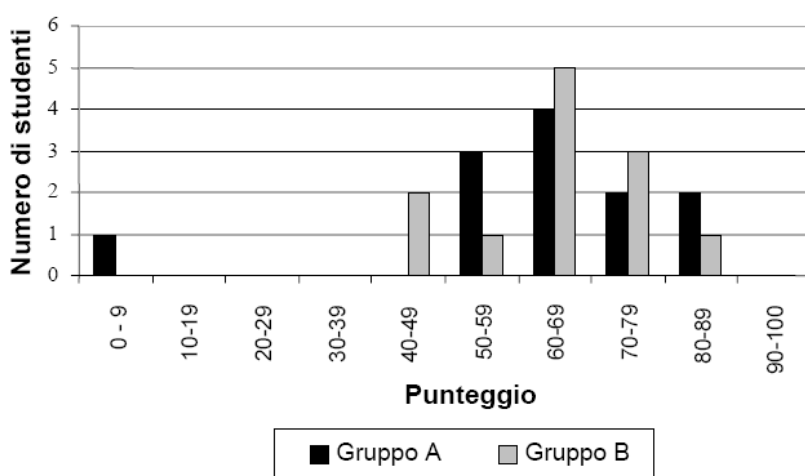
## Domanda 1: RISULTATI DI UNA VERIFICA

M513Q01 - 0 1 9

Il grafico seguente mostra i risultati di una verifica di scienze, ottenuti da due gruppi di studenti, indicati come Gruppo A e Gruppo B.

Il punteggio medio del Gruppo A è 62,0 e quello del Gruppo B è 64,5. Per avere la sufficienza, gli studenti devono ottenere almeno 50 punti.

Punteggi in una verifica di scienze



In base a questo grafico, l'insegnante sostiene che, nella verifica, il Gruppo B è andato meglio del Gruppo A.

Gli studenti del Gruppo A non sono d'accordo con l'insegnante. Essi cercano di convincere l'insegnante che il Gruppo B non è necessariamente andato meglio.

Con l'aiuto del grafico, suggerisci agli studenti del Gruppo A una spiegazione matematica che potrebbero usare.

---

### Commento:

Il quesito proposto è a risposta aperta ed è riconducibile ad un contesto scolastico poiché si riferisce a situazioni di vita scolastica piuttosto consuete. Con un punteggio di 620 punti<sup>3</sup> il quesito si colloca al quinto livello di padronanza della competenza matematica. L'ambito di contenuti a cui si riferisce è "incertezza".

Gli studenti, per rispondere al quesito, si devono confrontare con un grafico, un istogramma, dal quale ricavare informazioni e argomentazioni per sostenere la loro tesi. Le argomentazioni ritenute convincenti sono:

- Più studenti del Gruppo A hanno superato la verifica rispetto a quelli del Gruppo B.
- Gli studenti del Gruppo A vanno meglio di quelli del Gruppo B, se si ignorano gli studenti meno bravi del Gruppo A,

---

<sup>3</sup> Per approfondimenti sulla prova e sui risultati ottenuti dagli studenti della provincia di Bolzano si consiglia di consultare la pubblicazione "PISA 2003 – Risultati dell'Alto Adige" a pag. 56.

- Più studenti del Gruppo A rispetto agli studenti del Gruppo B hanno ottenuto un punteggio di 80 o superiore.

Tali argomentazioni richiedono una certa confidenza con le conoscenze statistiche sulla media semplice e pesata oltre che capacità di estrapolare i dati da una rappresentazione grafica.

La situazione, nella quale viene posto lo studente, di dover sostenere una tesi chiama in causa capacità di connettere le informazioni desunte dal grafico tra di loro e con la riflessione matematica orientata al raggiungimento dell'obiettivo di comunicare in maniera convincente le proprie argomentazioni. La necessità, da parte dello studente, di attivare processi quali quelli sopra descritti pone il quesito tra quelli che richiedono un alto livello di padronanza della competenza matematica.

---

## Prova rilasciata

# TASSO DI CAMBIO

Mei-Ling, una studentessa di Singapore, si prepara ad andare in Sudafrica per 3 mesi nell'ambito di un piano di scambi tra studenti. Deve cambiare alcuni dollari di Singapore (SGD) in rand sudafricani (ZAR).

---

### Domanda 3: TASSO DI CAMBIO

M413Q03 - 01 02 11 99

Durante questi 3 mesi il tasso di cambio è passato da 4,2 a 4,0 ZAR per 1 SGD.

Per Mei-Ling è più vantaggioso che il tasso di cambio sia 4,0 ZAR invece di 4,2 ZAR nel momento in cui cambia i suoi rand sudafricani in dollari di Singapore? Spiega brevemente la tua risposta.

---

### Commento:

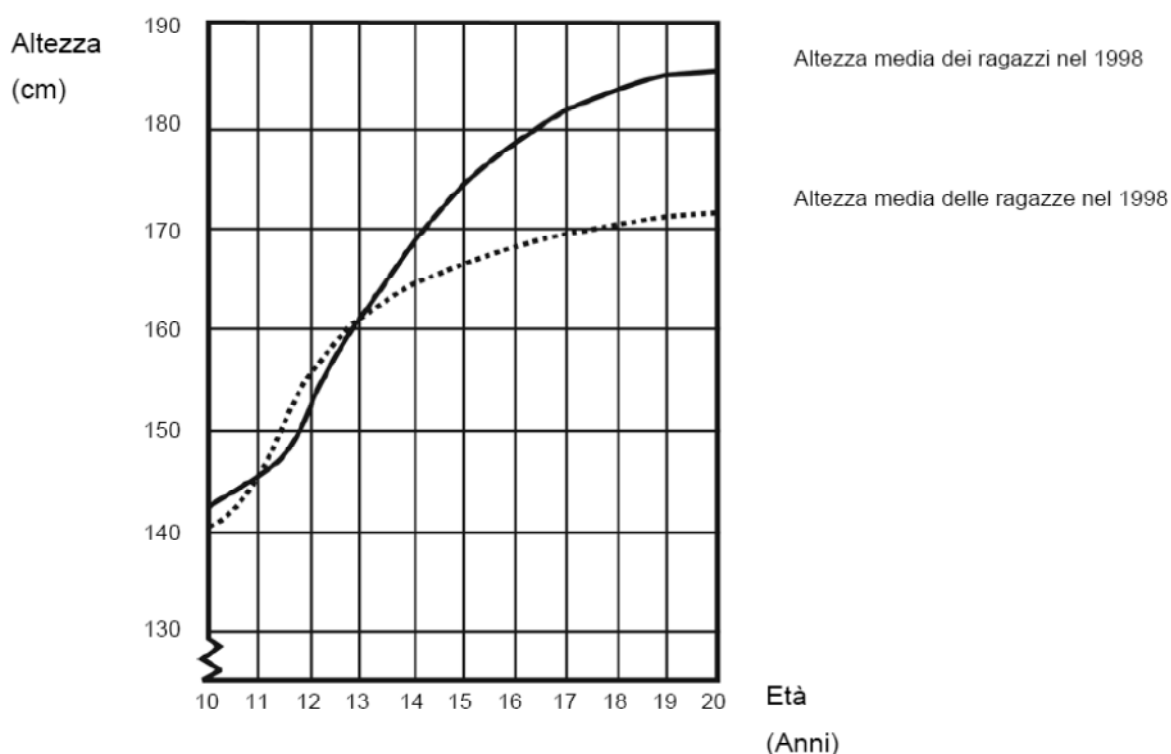
Anche questo quesito è a risposta aperta ed è legato a una situazione "pubblica", come è appunto quella di cambiare la valuta in occasione di un viaggio. L'ambito di contenuti al quale il quesito fa riferimento è la "quantità", infatti allo studente viene richiesto di operare con grandezze e numeri. La risposta al quesito non è banale e non si ottiene con semplici calcoli ma richiede ragionamenti raffinati quali quelli necessari per una trasformazione inversa. Per risolvere il problema sono richiesti, anche in questo caso, processi di riflessione sul concetto di cambio e di trasformazione e occorre comunicare ed argomentare i propri ragionamenti. Il quesito si colloca al quarto livello della scala di competenza e corrisponde ad un punteggio di 586.

Prova rilasciata

## LA CRESCITA

### I GIOVANI DIVENTANO PIÙ ALTI

Il grafico seguente mostra l'altezza media dei ragazzi e delle ragazze olandesi nel 1998.



#### Domanda 3: LA CRESCITA

M150Q02- 00 11 21 22 99

In base al grafico, in che periodo della vita le ragazze sono, in media, più alte dei maschi della stessa età?

.....

.....

#### Commento:

La situazione stimolo presentata dal quesito è di tipo "scientifico" e l'ambito di contenuti al quale fa riferimento è "cambiamento e relazioni". Lo studente deve comprendere il grafico per determinare l'intervallo entro il quale si verifica la condizione specificata nella domanda e quindi individuare i due punti di intersezione dei grafici nei quali le medie di crescita sono uguali. Si richiede quindi allo studente di tradurre in termini matematici la domanda "in che periodo della vita le ragazze sono, in media, più alte dei ragazzi". Tra gli 11 e i 13 anni si nota che la curva tratteggiata, l'altezza media delle

ragazze, passa sopra la curva relativa all'altezza media dei maschi. Tra gli 11 ed i 13 anni quindi le ragazze sono mediamente più alte dei ragazzi.

I processi attivati fanno parte del raggruppamento delle connessioni. Il livello al quale si colloca il quesito è il terzo corrispondente ad un punteggio di 525<sup>4</sup> sulla scala di competenza matematica.

---

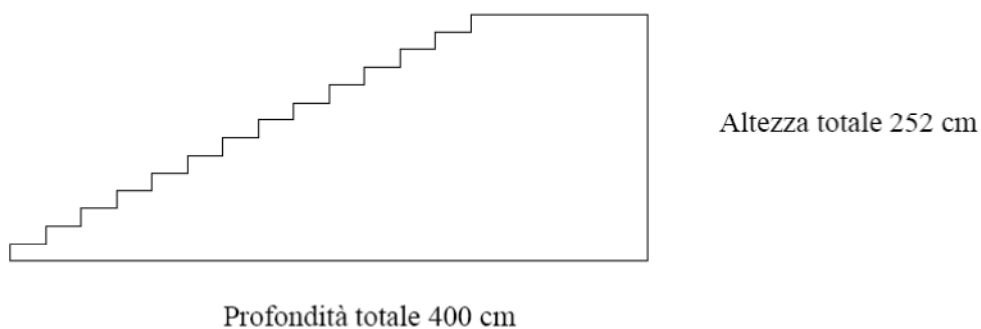
## Prova rilasciata

# SCALA

### Domanda 1: SCALA

M547Q01

La seguente figura mostra una scala che ha 14 gradini e un'altezza totale di 252 cm.



Qual è l'altezza di ciascuno dei 14 gradini?

---

### Commento

La situazione stimolo presentata dal quesito è di tipo "occupazionale" e l'ambito di contenuti al quale fa riferimento è "spazio e forma". Il problema si risolve operativamente con una divisione ( $252 : 14 = 18$ ). Pur essendo un quesito piuttosto semplice, con dati chiari ed espliciti si deve osservare che il testo fornisce dati ridondanti: la profondità totale della scala, infatti, non serve per rispondere alla domanda e il dato potrebbe fungere da distrattore per gli studenti. Il quesito si colloca al secondo livello con un punteggio medio di 421 punti.

---

<sup>4</sup> Per approfondimenti sulla prova e sui risultati ottenuti dagli studenti della provincia di Bolzano si consiglia di consultare la pubblicazione "PISA 2003 – Risultati dell'Alto Adige" a pag. 53.

-----  
**Prova rilasciata**

## TASSO DI CAMBIO

Mei-Ling, una studentessa di Singapore, si prepara ad andare in Sudafrica per 3 mesi nell'ambito di un piano di scambi tra studenti. Deve cambiare alcuni dollari di Singapore (SGD) in rand sudafricani (ZAR).

---

### Domanda 1: TASSO DI CAMBIO

M413Q01 - 0 1 9

Mei-Ling ha saputo che il tasso di cambio tra il dollaro di Singapore e il rand sudafricano è:

1 SGD = 4,2 ZAR

Mei-Ling ha cambiato 3.000 dollari di Singapore in rand sudafricani a questo tasso di cambio.

Quanti rand sudafricani ha ricevuto Mei-Ling?

Risposta: .....

---

### Commento

*La situazione presentata nel quesito è la medesima del quesito precedente "tasso di cambio" e l'ambito di contenuti è la "quantità". In questo caso però viene richiesto allo studente di eseguire un'operazione diretta, come la moltiplicazione, desumendola dal testo che è molto esplicito (4,2 ZAR X 3000 = 12.600 ZAR). Con un punteggio di 407 il quesito si colloca al primo livello della scala di competenza matematica.<sup>5</sup> I processi attivati sono del raggruppamento della riproduzione.*

---

<sup>5</sup> Per approfondimenti sulla prova e sui risultati ottenuti dagli studenti della provincia di Bolzano si consiglia di consultare la pubblicazione "PISA 2003 – Risultati dell'Alto Adige" a pag. 54 (M.T. Siniscalco 2005a).

## 8.2 Risultati

### 8.2.1 Distribuzione degli studenti sulla scala di matematica

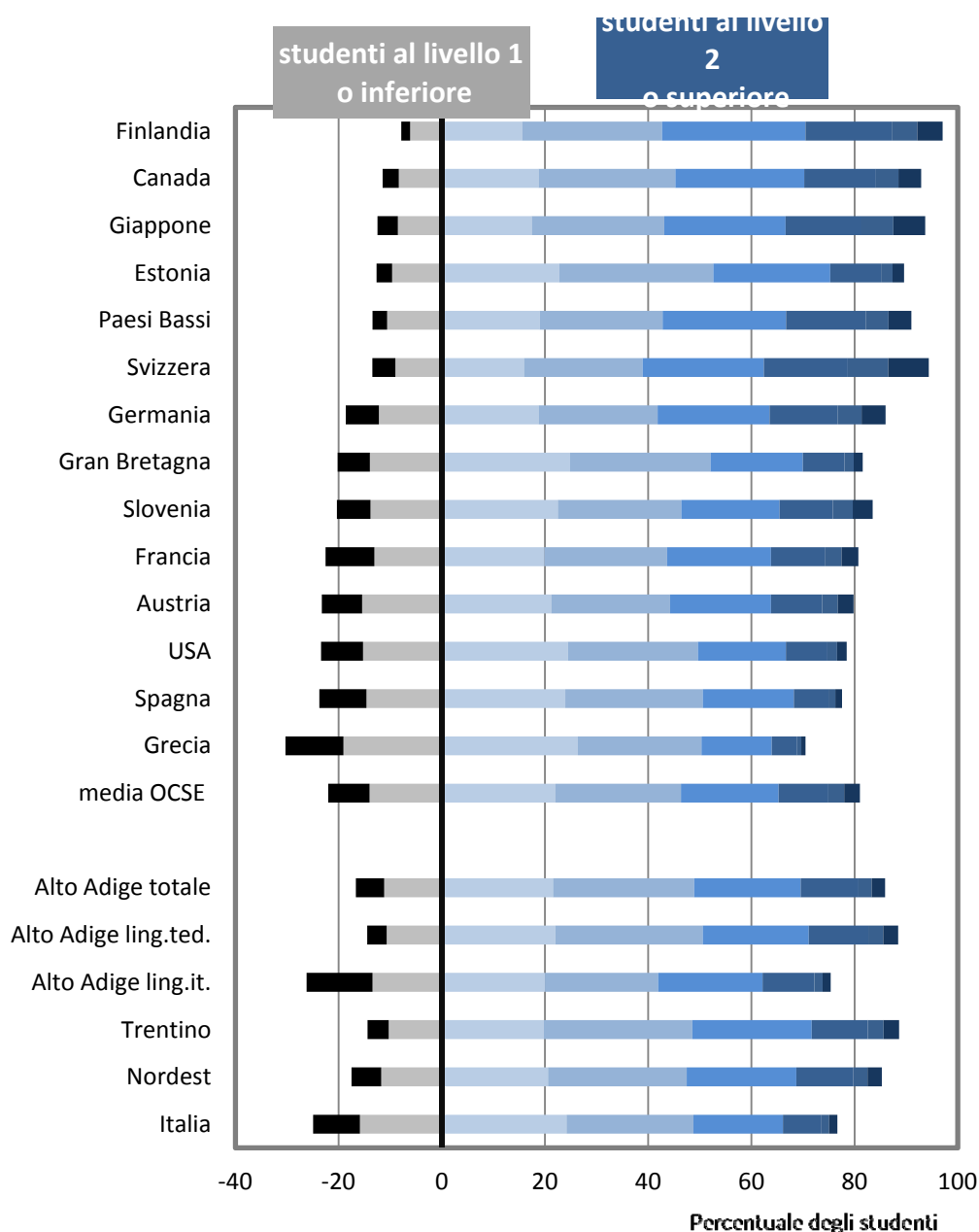
Nelle prossime pagine riportiamo la distribuzione percentuale degli studenti sulla scala di competenza (figura 8.4). I risultati degli studenti altoatesini sono riportati per la Provincia presa nel suo complesso e disaggregati per gruppo linguistico, insieme a quelli del Trentino, della macroarea Nord Est e della selezione di Paesi considerati per il confronto e della media OCSE.

**Figura 8.4 - Percentuale di studenti a ciascun livello della scala complessiva di Matematica**

	Sotto livello 1	livello 1	livello 2	livello 3	livello 4	livello 5	livello 6
	%	%	%	%	%	%	%
Alto Adige complessivo	5,5	11,2	21,5	27,4	20,6	11,2	2,6
Alto Adige lingua tedesca	3,8	10,7	22,0	28,6	20,5	11,6	2,9
Alto Adige lingua italiana	12,8	13,4	20,0	21,9	20,3	10,1	1,6
Trentino	4,1	10,3	19,8	28,8	23,1	10,9	3,0
Nordest	5,7	11,8	20,6	26,9	21,2	11,0	2,8
Austria	7,8	15,4	21,2	23,0	19,6	9,9	3,0
Canada	3,1	8,3	18,8	26,5	25,0	13,9	4,4
Finlandia	1,7	6,1	15,6	27,1	27,8	16,7	4,9
Germania	6,4	12,2	18,8	23,1	21,7	13,2	4,6
Italia	9,1	15,9	24,2	24,6	17,3	7,4	1,6
Svizzera	4,5	9,0	15,9	23,0	23,5	16,3	7,8
Media OCSE	8,0	14,0	22,0	24,3	18,9	9,6	3,1

**Fonte: OECD PISA 2009 results, Vol. I-V, Paris: OECD e elaborazione del nucleo di valutazione dell'Alto Adige (Franz Hilpold, Bernhard Hölzl)**

**Figura 8.5 - Percentuale di studenti a ciascun livello della scala complessiva di matematica**



Fonte: OECD PISA 2009 results, Vol. I-V, Paris: OECD e elaborazione del nucleo di valutazione dell'Alto Adige (Franz Hilpold, Bernhard Hölzl)

In media nell'OCSE la percentuale di studenti a livello 6 è pari al 3,1%. Raggiungono questo livello il 7,8% di studenti della Svizzera e oltre il 4% in Finlandia (4,9%), Germania (4,6%) e Canada (4,4%), mentre in Spagna solo l'1,3% e in Grecia lo 0,8%. In Italia la percentuale di ragazzi che raggiungono il livello più elevato è pari all'1,6%. L'Alto Adige si colloca al livello della media OCSE, con il 2,6% di studenti a livello 6 e la percentuale è analoga anche per il Nord Est nel suo complesso.

Se si considerano gli studenti che riescono a rispondere ai quesiti di Livello 5 (cioè se si sommano gli studenti che si collocano ai Livelli 5 e 6), risulta che la loro percentuale supera il 24% nel caso della Svizzera ed è pari al 21,6% in Finlandia e al 20% in Giappone. Nell'Alto Adige la percentuale di studenti a Livello 5 e 6 è pari al 13,8% analoga a quella registrata dalla macroarea Nord Est mentre la media OCSE si attesta su valori del 12,7% e l'Italia al 9%. Nell'Alto Adige si rileva una differenza

significativa tra il gruppo linguistico tedesco (14,5 %), e il gruppo linguistico italiano (11,7%) dove però si registra un aumento significativo rispetto a PISA 2006 (9%).

Scendendo all'altro estremo della scala, il livello 1 è rappresentato nella figura 8.1 alla sinistra della linea verticale che segna lo zero, per evidenziare che gli studenti che si collocano al Livello 1 o al di sotto di esso possiedono una competenza matematica non sufficiente per affrontare l'attuale società della conoscenza.

Dalle figure 8.4 e 8.5 si osserva che, soprattutto la Finlandia con il 7,8% ma anche Canada, Giappone, Estonia, Paesi Bassi e Svizzera, hanno una percentuale di studenti che si collocano a sinistra della linea dello zero inferiore al 14% con chiaro vantaggio per i livelli superiori che risulta evidente dalla rappresentazione grafica. Di segno opposto la situazione di Grecia con il 30% ed altri paesi tra i quali anche l'Italia che registrano percentuali variabili intorno al 24% di studenti che dimostrano di avere competenze di livello inferiore o pari a 1. Il riferimento alla media OCSE è del 22%.

L'Alto Adige, registra una percentuale del 16,7% di ragazzi con competenze matematiche inferiori o pari al livello 1. Disaggregando i dati si osserva che gli studenti del gruppo linguistico italiano che si collocano al livello 1 o non lo raggiungono sono più di un quarto del totale (26,2%), mentre per il gruppo linguistico tedesco si ha una percentuale del 14,5%.

È interessante notare che in Finlandia la metà dei quindicenni possiedono una competenza matematica di livello 4 o superiore, corrispondente ad un punteggio pari o superiore a 545.

Si osserva che la percentuale degli studenti che si colloca ai livelli bassi, dal livello 2 in giù, cioè con un punteggio inferiore a 482, ammonta al 23,4% in Finlandia, al 38,2% nell'Alto Adige, al 29,9% in Giappone, al 29,4% in Svizzera ed al 49,1% nel caso dell'Italia.

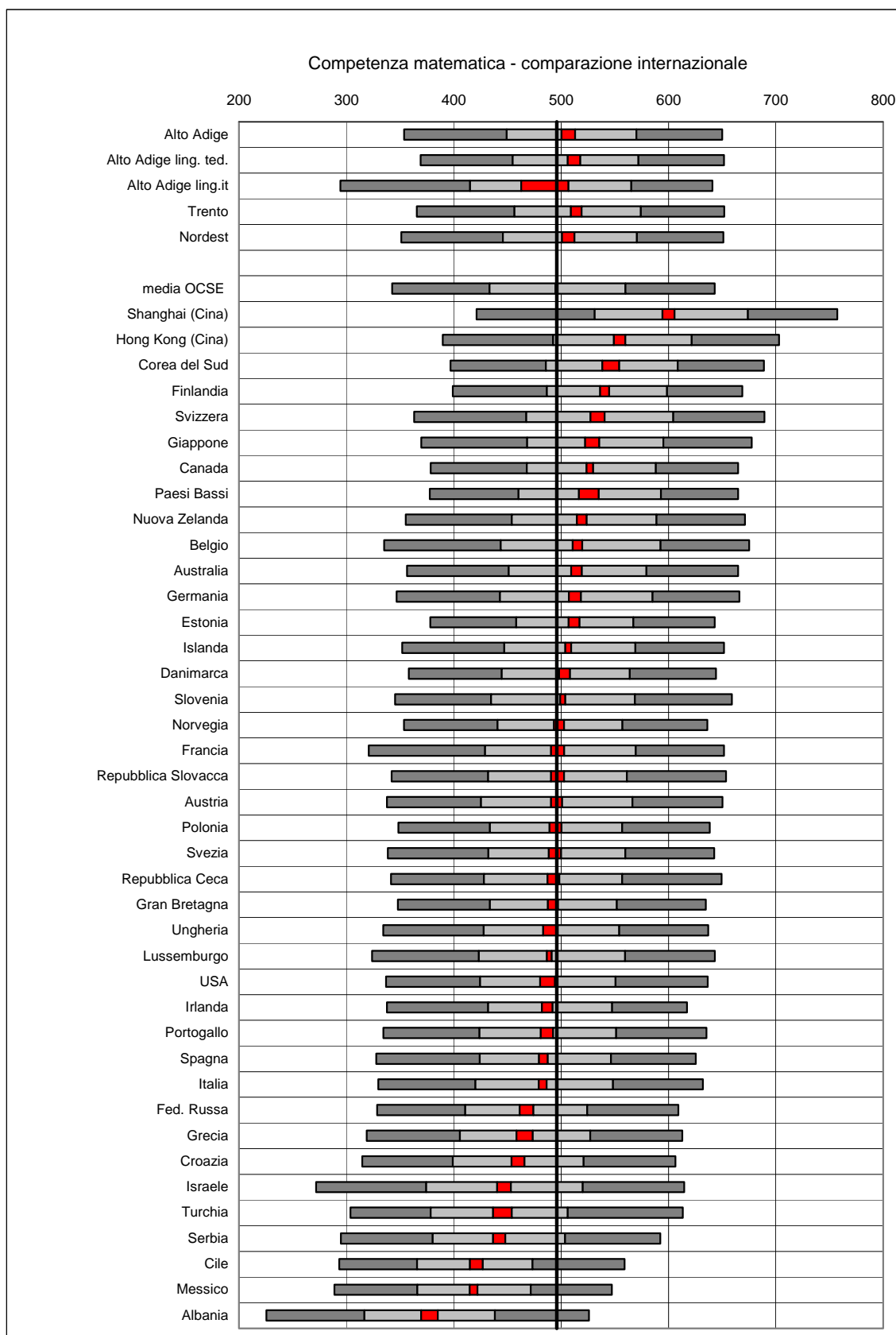
Come si può notare dalla figura 8.4, il numero di ragazzi altoatesini che si colloca nei livelli medi (Livelli 4 e 3), vale a dire che conseguono un punteggio che va da 482 a 607, rappresentano il 48% della popolazione esaminata. È interessante leggere questo risultato confrontandolo con la descrizione dei livelli di competenza matematica riportata in figura 8.2 per interpretarlo in termini di abilità e conoscenze degli studenti. Si constata che quasi la metà della popolazione dei quindicenni altoatesini scolarizzati è in grado di risolvere problemi individuando la sequenza di operazioni necessarie, riesce ad interpretare un grafico e sa argomentare una tesi basandosi su interpretazioni e risultati personali.

## **8.2.2 Risultati medi e dispersione sulla scala di matematica**

Nelle figure che seguono vengono presentati i punteggi medi ottenuti dagli studenti sulla scala di matematica.

Nella figura 8.6, che riporta i risultati medi di tutti Paesi partecipanti all'indagine e quelli della macroarea Nord Est e della provincia di Bolzano nel suo insieme e distinti per gruppo linguistico, si può osservare, evidenziato in rosso, l'intervallo di confidenza entro il quale si stima che cada, con una probabilità del 95%, il valore della popolazione. Nella figura si presentano anche i valori del 25° e del 75° percentile e quelli del 5° e del 95°, che evidenziano la dispersione dei risultati. L'ampiezza dell'intervallo di confidenza degli studenti di lingua italiana dipende dalla variabilità dei risultati e dal numero relativamente ridotto di osservazioni. È bene ricordare che si tratta di "valori campionari e che quindi tutte le statistiche trovate sono stime di valori veri che si troveranno quasi certamente negli intervalli di confidenza indicati dai valori dell'errore standard. Per questo le differenze tra i Paesi e le singole regioni non sono sempre statisticamente significative e la stessa graduatoria in cui i Paesi possono essere ordinati costituisce solo un'assunzione molto verosimile della graduatoria vera. Ovviamente nel leggere i dati e nell'esaminare le comparazioni non conta solo la significatività statistica ma anche e soprattutto la rilevanza pratica di certe differenze. Tale rilevanza sarà illustrata soprattutto attraverso la comparazione delle percentuali dei valori estremi, ovvero degli studenti che si trovano sotto il valore soglia del livello 1 o si trovano nel livello di eccellenza del livello 6" (Bolletta R./Pozio S., 2005, 36). Queste considerazioni servono, come si è precisato a proposito dei livelli di competenza, a riportare la comparazione dal dato numerico al suo significato in termini di reali prestazioni dello studente.

**Figura 8.6 - Distribuzione dei risultati di matematica**



Fonte: OECD PISA 2009 results, Vol. I-V, Paris: OECD e elaborazione del nucleo di valutazione dell'Alto Adige (Franz Hilpold, Bernhard Hölzl)

Nella figura 8.7 sono riportati, oltre al punteggio medio e alla deviazione standard, anche la differenza di punteggi medi per genere.

Accanto a ciascun valore è riportato l'errore standard (E.S.), che indica la precisione delle stime ottenute e permette di calcolare l'intervallo di confidenza e dunque la significatività o meno delle differenze.

**Figura 8.7 – Media, dispersione dei risultati e differenze per genere sulla scala di matematica**

	Tutti gli studenti				Differenze di genere			
	Punteggio medio		Deviazione standard		Maschi	Femmine	Differenza M-F	
	Media	E.S.	Dev std.	E.S.	Media	Media	Punti di diff.	E.S.
Alto Adige	507	(3,2)	90	(3,1)	515	499	16	(4,1)
Scuole ling.ted.	512	(3,0)	86	(2,6)	520	504	16	(4,0)
Scuole ling. it.	485	(11,2)	105	(8,2)	496	472	24	(10,9)
Trentino	514	(2,5)	86	(2,1)	522	506	16	(7,9)
Nordest	507	(2,9)	91	(2,0)	518	496	22	(5,4)
<b>Paesi OCSE</b>								
Finlandia	541	(2,2)	82	(1,1)	542	539	3	(2,6)
Svizzera	534	(3,3)	99	(1,6)	544	524	20	(3,0)
Giappone	529	(3,3)	94	(2,2)	534	524	9	(6,5)
Canada	527	(1,6)	88	(1,0)	533	521	12	(1,8)
Paesi Bassi	526	(4,7)	89	(1,7)	534	517	17	(2,4)
Germania	513	(2,9)	98	(1,7)	520	505	16	(3,9)
Estonia	512	(2,6)	81	(1,6)	516	508	9	(2,6)
Slovenia	501	(1,2)	95	(0,9)	502	501	1	(2,6)
Francia	497	(3,1)	101	(2,1)	505	489	16	(3,8)
Austria	496	(2,7)	96	(2,0)	506	486	19	(5,1)
media OCSE	496	(0,5)	92	(0,3)	501	490	12	(0,6)
Gran Bretagna	492	(2,4)	87	(1,2)	503	482	20	(4,4)
USA	487	(3,6)	91	(1,6)	497	477	20	(3,2)
Italia	483	(1,9)	93	(1,7)	490	475	15	(2,7)
Spagna	483	(2,1)	91	(1,1)	493	474	19	(2,2)
Grecia	466	(3,9)	89	(2,0)	473	459	14	(4,2)

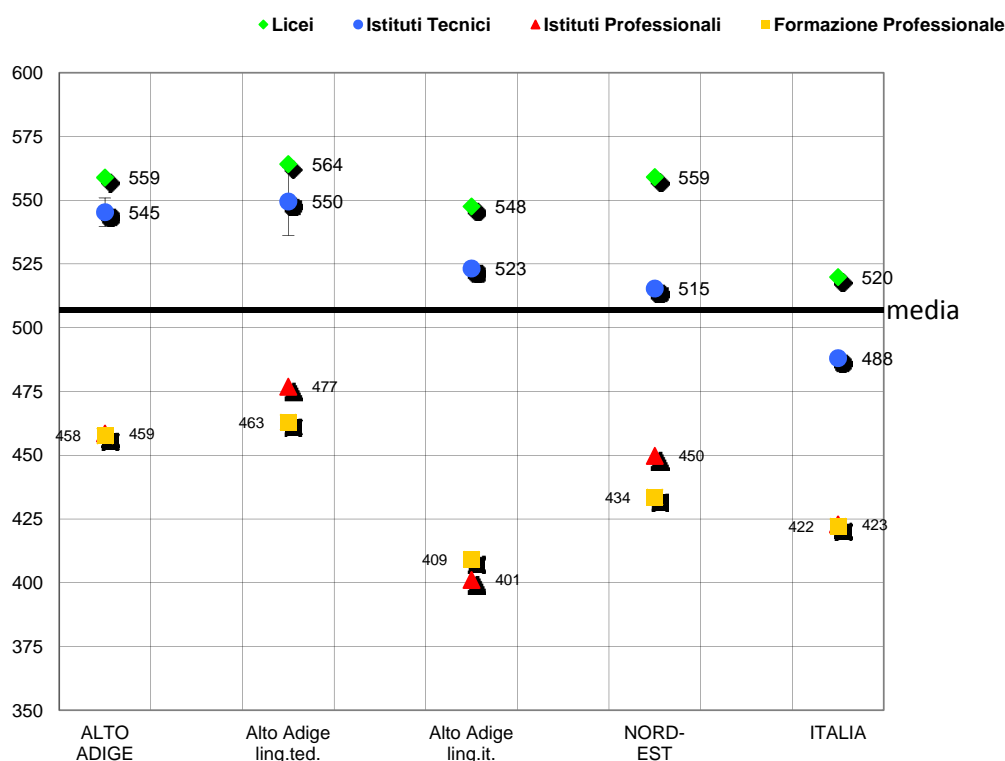
Fonte: OECD PISA 2009 results, Vol. I-V, Paris: OECD e elaborazione del nucleo di valutazione dell'Alto Adige (Franz Hilpold, Bernhard Hölzl)

I dati mostrano che i risultati elevati degli studenti di lingua tedesca sono dovuti, al tempo stesso, a un punteggio medio elevato e a una dispersione ridotta dei punteggi (deviazione std. 86 punti), cioè a una disparità contenuta tra gli studenti con risultati più alti e gli studenti con i risultati più bassi. I risultati degli studenti italiani, viceversa, sono mediamente meno elevati e caratterizzati da una maggiore variabilità, anche se quest'ultima è comunque inferiore a quella media dell'Italia ed è analoga a quella media dell'OCSE.

### 8.2.3 Risultati per tipo di istruzione

Un'altra disaggregazione che può essere effettuata sui risultati PISA è quella per tipo di istruzione come riportato nella figura 8.8. Va ricordato che, anche in questo caso, i dati devono essere letti con molta cautela per **evitare di interpretare i punteggi più o meno elevati ottenuti dagli studenti dei diversi tipi di istruzione in termini di efficacia di quel tipo di istruzione**. Le differenze tra tipi di istruzione, infatti, sono in gran parte il risultato della canalizzazione di studenti con diversi livelli di abilità in diversi percorsi, che avviene all'uscita dalla scuola media.

**Figura 8.8 – Punteggio medio di matematica per tipo di istruzione**



Fonte: OECD PISA 2009 results, Vol. I-V, Paris: OECD e elaborazione del nucleo di valutazione dell'Alto Adige (Franz Hilpold, Bernhard Hölzl)

È interessante notare la distanza tra i risultati dei Licei e quelli dell'istruzione tecnica che risulta maggiore per il gruppo linguistico italiano e molto minore nel caso del gruppo linguistico tedesco e lo stesso avviene per l'istruzione e la formazione professionale.

I ragazzi di lingua tedesca che frequentano l'istruzione professionale hanno risultati che non si differenziano significativamente dalla media OCSE e solo gli studenti della formazione professionale di lingua tedesca hanno punteggi significativamente più bassi della media internazionale, ma comunque significativamente superiori a quelli degli studenti non solo della formazione professionale, ma anche degli Istituti professionali di lingua italiana. Nel gruppo linguistico italiano, viceversa, i risultati dell'istruzione professionale e quelli della formazione professionale non si differenziano tra loro in modo significativo e un andamento analogo si rileva nel Nord Est nel suo complesso. Il dato dell'Italia va invece interpretato con più cautela, dal momento che la maggior parte degli studenti della formazione professionale inclusi nel campione di PISA 2009 si trovano al Nord e dunque si confronta l'istruzione professionale dell'Italia con la formazione professionale del Nord.

Si deve tenere in considerazione inoltre che l'indagine PISA in Alto Adige ha assunto la caratteristica censuaria e ha coinvolto tutte le scuole nelle quali erano iscritti quindicenni, compresi i corsi di apprendistato. In questo caso, quindi, nel dato della Formazione professionale è compreso anche quello relativo all'apprendistato.

### 8.3 Comparazione con i risultati di matematica in PISA 2003 e 2006

I risultati in matematica di PISA 2009 possono essere confrontati con quelli di PISA 2006 e 2003. In quest'ultimo anno la matematica è stata l'ambito principale dell'indagine.

Nel panorama dei paesi OCSE ben sei, fra i quali l'Italia, mostrano un sensibile miglioramento dei risultati.

Alcuni Paesi, come il Messico e la Grecia, proseguono nella tendenza al miglioramento già registrata in PISA 2006, mentre alcuni come Francia (-14), Paesi Bassi (-12), Austria (-9), conseguono risultati significativamente inferiori rispetto al 2003.

In Alto Adige i risultati attuali sono inferiori a quelli conseguiti nel 2006 di 6 punti.

Osservando la distribuzione sui livelli di competenza, fig. 8.9, si nota che tale variazione nei punteggi corrisponde ad una leggera diminuzione della percentuale degli studenti ai livelli più alti e ad un aumento degli studenti ai livelli più bassi. Si passa, infatti, da una percentuale nel 2003 del 26% di ragazzi con una padronanza della competenza matematica di secondo livello o inferiore, ad una percentuale nel 2009 del 38,2 mentre nel 2006 tale differenza si attestava sul 36%. Simmetricamente si registrava un calo del 10% cumulativo nei livelli superiori al terzo dal 2003 al 2006 ed un ulteriore calo del 2,4% rispetto al 2006. Tale calo dal 2003 al 2006 è spiegato dalla diversa composizione del campione.

**Figura 8.9 – Percentuale di studenti ai diversi livelli nel 2003, nel 2006 e nel 2009 Alto Adige**

Livelli	sotto il livello 1	livello 1	livello 2	livello 3	livello 4	livello 5	livello 6
	%	%	%	%	%	%	%
2009	5	11	22	27	21	11	3
2006	4	10	22	27	22	11	3
2003	2	7	17	28	26	15	5

Fonte: OECD PISA 2009 results, Vol. I-V, Paris: OECD e elaborazione del nucleo di valutazione dell'Alto Adige (Franz Hilpold, Bernhard Hölzl)

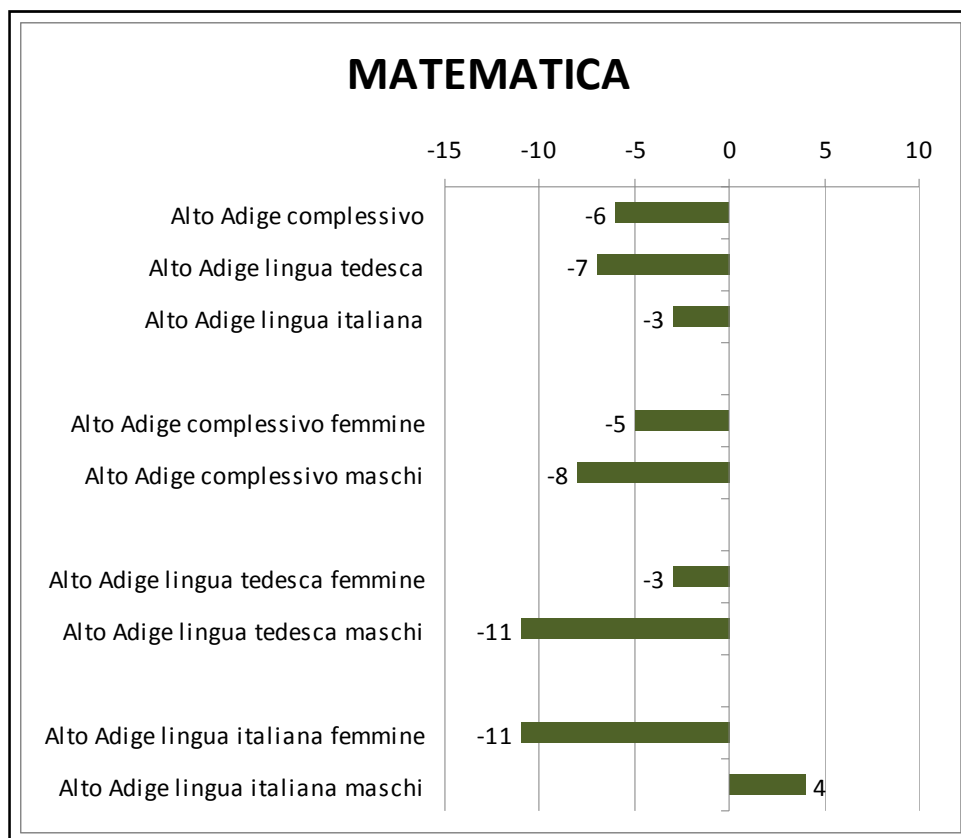
**Figura 8.10 – Variazione 2006 e 2009 nei risultati di Matematica**

	2009 - 2006	S.E.	2006-2003	S.E.	2009-2003	S.E.
Alto Adige	-6	(3,8)	<b>-23</b>	(5,3)	<b>-30</b>	(6,1)
Alto Adige ling.ted.	-7	(3,7)	<b>-24</b>	(5,6)	<b>-31</b>	(6,2)
Alto Adige Ling.it.	-3	(11,8)	-19	(10,1)	-22	(15,1)
Trentino	<b>6</b>	(2,5)	<b>-39</b>	(4,0)	<b>-33</b>	(4,4)
Nord-Est	2	(4,5)	-6	(8,9)	-5	(8,3)
Media OCSE	2	(2,1)	-2		0	(2,1)
Italia	21	(3,2)	-4	(3,7)	17	(4,1)
Finlandia	<b>-8</b>	(3,4)	4		-4	(3,5)
Canada	0	(2,9)	-5		-6	(3,1)
Germania	9	(5,0)	1		<b>10</b>	(4,8)
Austria	m	m	-1		m	m
Svizzera	4	(4,8)	3		7	(5,1)

Fonte: OECD PISA 2009 results, Vol. I-V, Paris: OECD e elaborazione del nucleo di valutazione dell'Alto Adige (Franz Hilpold, Bernhard Hölzl)

Si confermano inoltre le differenze di genere registrate sia nel 2003 che nel 2006 che risultano particolarmente interessanti, anche se caratterizzate da un errore standard piuttosto elevato, nel caso del gruppo linguistico italiano che registra un aumento di quattro punti dei risultati dei maschi rispetto al 2006.

Figura 8.11 – Variazione 2006 e 2009 nei risultati di Matematica per genere



Fonte: OECD PISA 2009 results, Vol. I-V, Paris: OECD e elaborazione del nucleo di valutazione dell'Alto Adige (Franz Hilpold, Bernhard Hölzl)