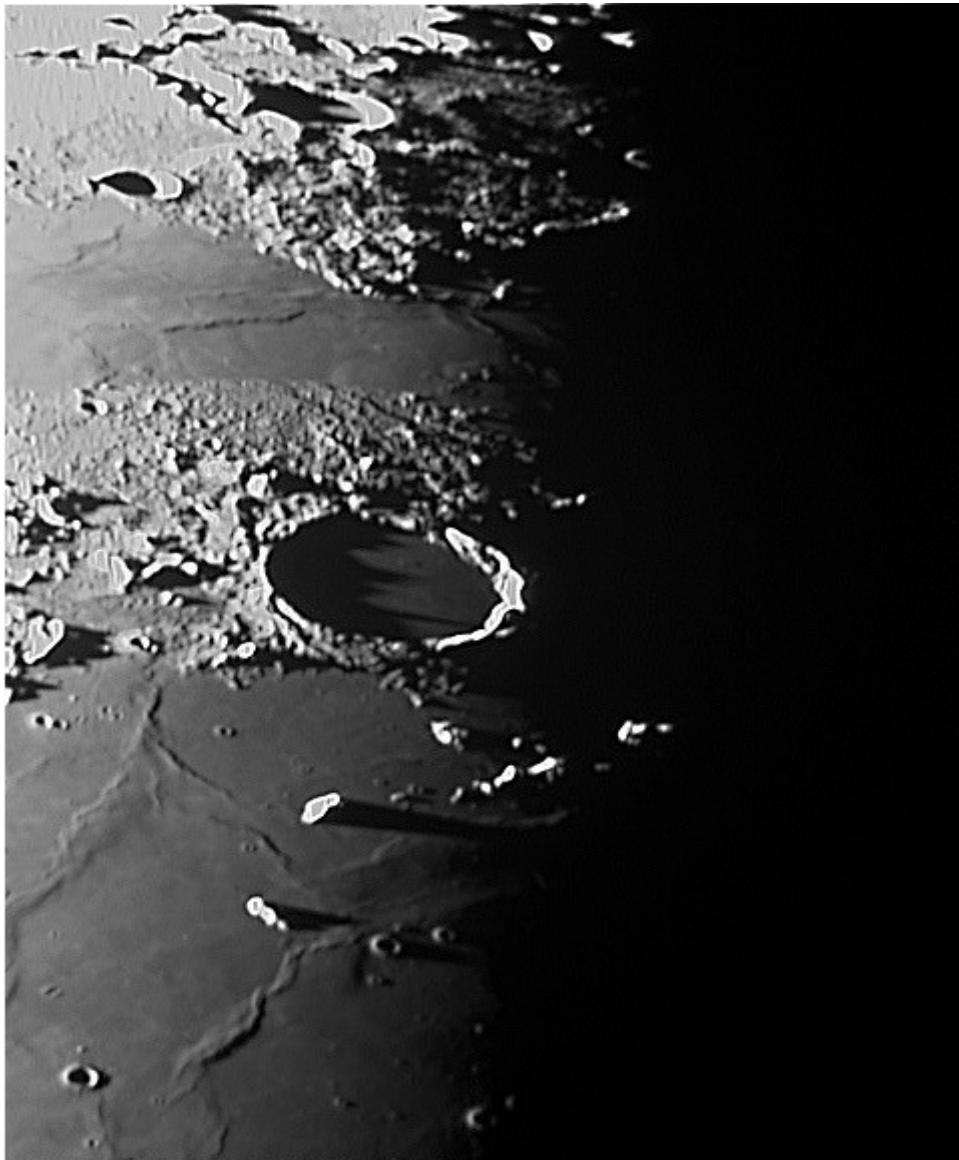


# **„Bestimmung von Mondgebirgshöhen“**

**Ein Projekt der  
Astrogruppe des Realgymnasiums Bruneck  
Schuljahr 2009/10**

**im Schuljahr 2009/10**



Im Bild: Krater Plato mit langen Schatten.

# Inhaltsverzeichnis

1. Die Zielsetzung
2. Die Astrogruppe 2009/10
3. Beobachtungsnächte und Auswertungsnachmittage
4. Ausrüstung & Methodik
5. Auswertung
6. Ergebnisse
7. Ausblick

# 1. Die Zielsetzung

[zurück zum Inhaltsverzeichnis](#)

Galileo Galilei war der erste Mensch, der mit Hilfe seines selbst konstruierten Teleskops die unregelmäßige Struktur der Mondoberfläche entdeckte. In seinem mit heutigen Maßstäben „lausigen“ Teleskop entdeckte er helle Flecken am Mondterminator, welche von dunklen Streifen begleitet wurden. Bei den hellen Flecken handelte es sich um einzeln isoliert stehende Berge und Kraterränder, wie man sie auch im Titelbild dieses Dokuments sieht. Die sonnenzugewandte Seite dieser Erhebungen ist hell erleuchtet, während aufgrund des tiefen Sonnenstandes, lange Schatten in die dahinterliegenden Gebiete geworfen werden.

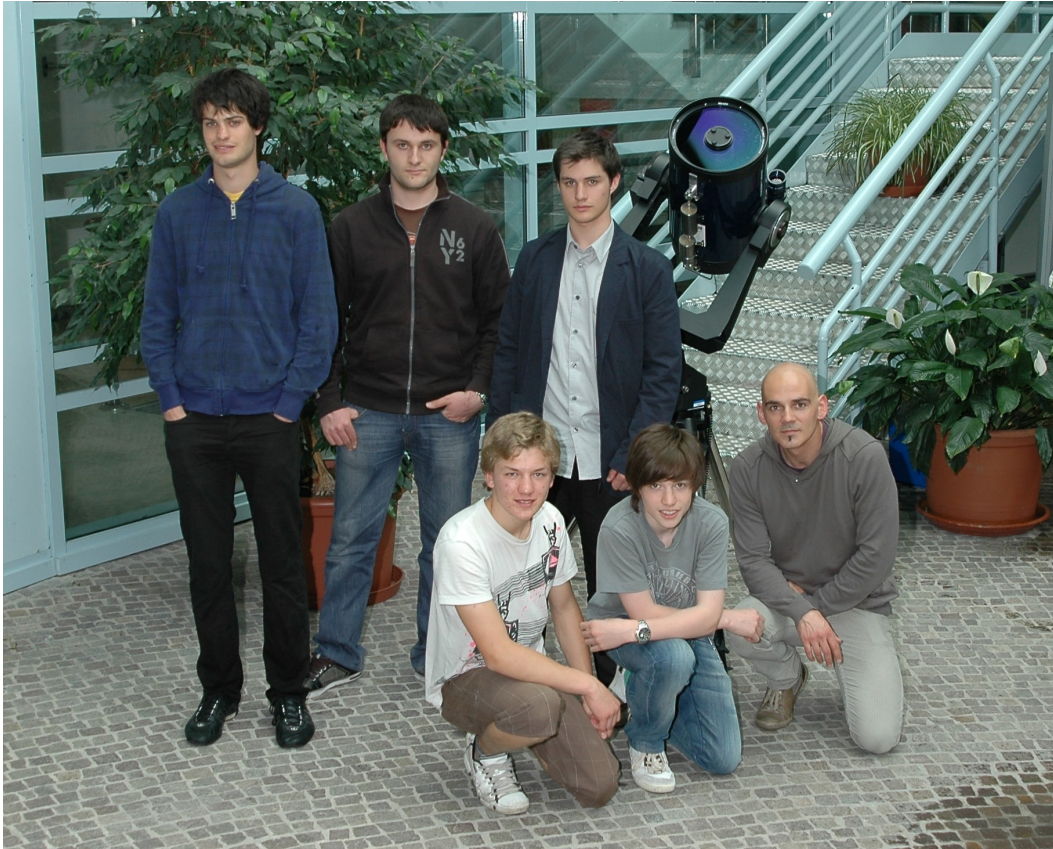
Die Astrogruppe am RGB nahm sich heuer zum Ziel, diese Beobachtungen nicht nur mit hoher Qualität nachzuvollziehen und zu dokumentieren, sondern auch aus der Länge der Schatten auf die Höhe der Berge zu schließen.

Auf den ersten Blick mag dieses Vorhaben nicht sonderlich kompliziert anmuten. Für die Beobachtung genügt ein Teleskop mit Kamera und die mathematische Seite klingt für den mathematisch Gebildeten verdächtig nach einem Tangens. Doch wie so oft steckt der Teufel im Detail...

## 2. Die Astrogruppe 2009/10

[zurück zum Inhaltsverzeichnis](#)

Sechs Schüler aus vier verschiedenen Klassen bildeten gemeinsam mit Prof. Christof Wiedemair die Astrogruppe des Schuljahres 2009/10.



Im Bild: Die Astrogruppe 2009/10 mit David Cont, Redian Balla, Jonas Rigo, Eugen Happacher, Tiziano Munaro und Christof Wiedemair mit dem Schulteleskop (vlnr.)



Tiziano Munaro (2C)



Jonas Rigo (2C)

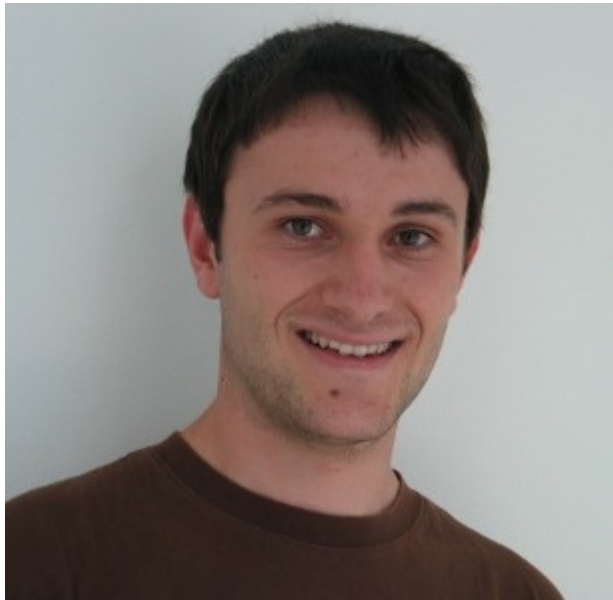




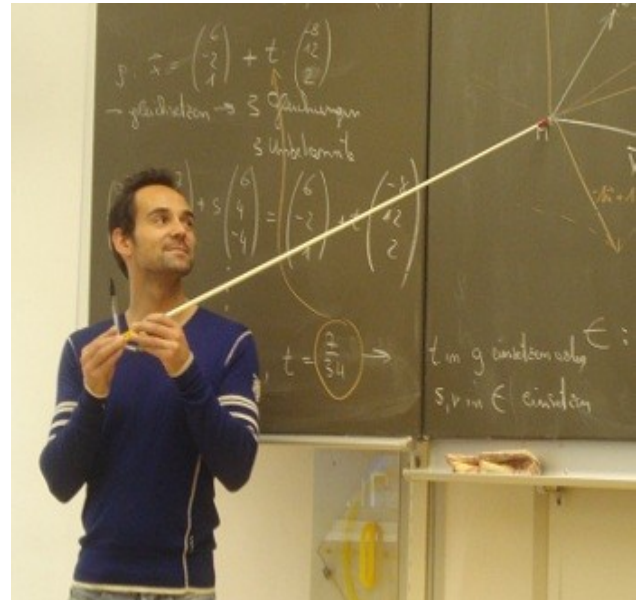
Eugen Happacher (5B)



David Cont (5E)



Redian Balla (5C)



Prof. Christof Wiedemair

### 3. Beobachtungsnächte und Auswertungsnachmittage

Während des gesamten Schuljahres wurden insgesamt 14 Beobachtungsabende vereinbart. Von den insgesamt 54 Beobachtungsstunden wurden 15 für das Mondprojekt verwendet, der Rest diente der visuellen und fotografischen Beobachtung von Planeten, Galaxien Sternhaufen und Nebeln.

Als Beobachtungsplatz diente uns in erster Linie das Dach des Schulgebäudes und der Hof der Lamprechtsburg bei Reischach. Die Beobachtungsplätze hatten beide Vor- und Nachteile.

Auf dem Dach der Schule fanden wir meistens schlechte Seeingbedingungen (Luftunruhe aufgrund Thermik) und einen aufgehellten Stadthimmel vor. Die entsprechend schlechten Ergebnisse konnten wir dafür aber am Computerbildschirm bei angenehmen Temperaturen im Speicher der Schule bewundern.

Die Ergebnisse, welche wir in der Lamprechtsburg gewannen waren um Welten besser: Es war dunkler und die Luft war bedeutend ruhiger. Dieses Plus an Qualität bezahlten wir aber mit nahezu unerträglichen Arbeitsbedingungen – Schnee und klirrende Kälte. Besonders das Aufbauen und Ausrichten des Teleskops wurde zur Tortour für die Finger. Gelegentliche Wackelkontakte, steifgefrorene Kabel und Eisbildung auf Teleskop und Kamerachip rundeten das Repertoire an Grausamkeiten ab.



Im Bild: Beim Steuern des Teleskops und der Kamera im angenehm warmen Speicher unserer Schule.



Im Bild: Beim Beobachten in der Lamprechtsburg. Hinten das Teleskop, rechts der Steuerrechner.



Im Bild: David und Eugen mit dem Teleskop.

Neben der Beobachtungstätigkeit selbst, haben wir uns noch an mehreren Nachmittagen getroffen, um die aufgenommenen Bilder des Mondes auszuwerten und zu vermessen und um das mathematische Modell zu erstellen, welches uns die Gebirgshöhen liefern sollte. Diese Aufgabe übernahmen die Schüler der fünften Klassen, da sie über die nötigen mathematischen Grundlagen verfügten, welche den Schülern aus der zweiten Klasse noch fehlten.





Im Bild: David Cont und Eugen Happacher beim Diskutieren.



Redian beim Skizzieren der komplizierten Geometrie des Problems



## 4. Ausrüstung und Methodik

[zurück zum Inhaltsverzeichnis](#)

Als Ausrüstung für die Mondbeobachtungen verwendeten wir ein 10“- Schmidt-Cassegrain-Teleskop vom Typ LX200 von Meade in Verbindung mit einer Webcam vom Typ Phillips SPC 900 N und eine digitale Spiegelreflexkamera vom Typ Canon 40D. Die Webcam wurde durch einen Laptop gesteuert. Sowohl auf dem Schuldach, als auch in der Lamprechtsburg stand uns glücklicherweise ein Netzanschluss zur Verfügung, was die Sache etwas erleichterte. Nichtsdestotrotz sind die Bedingungen für die Arbeit mit dem Teleskop denkbar schlecht und ein permanenter Beobachtungsposten außerhalb von Bruneck für die Astrogruppe ist dringend von Nöten.



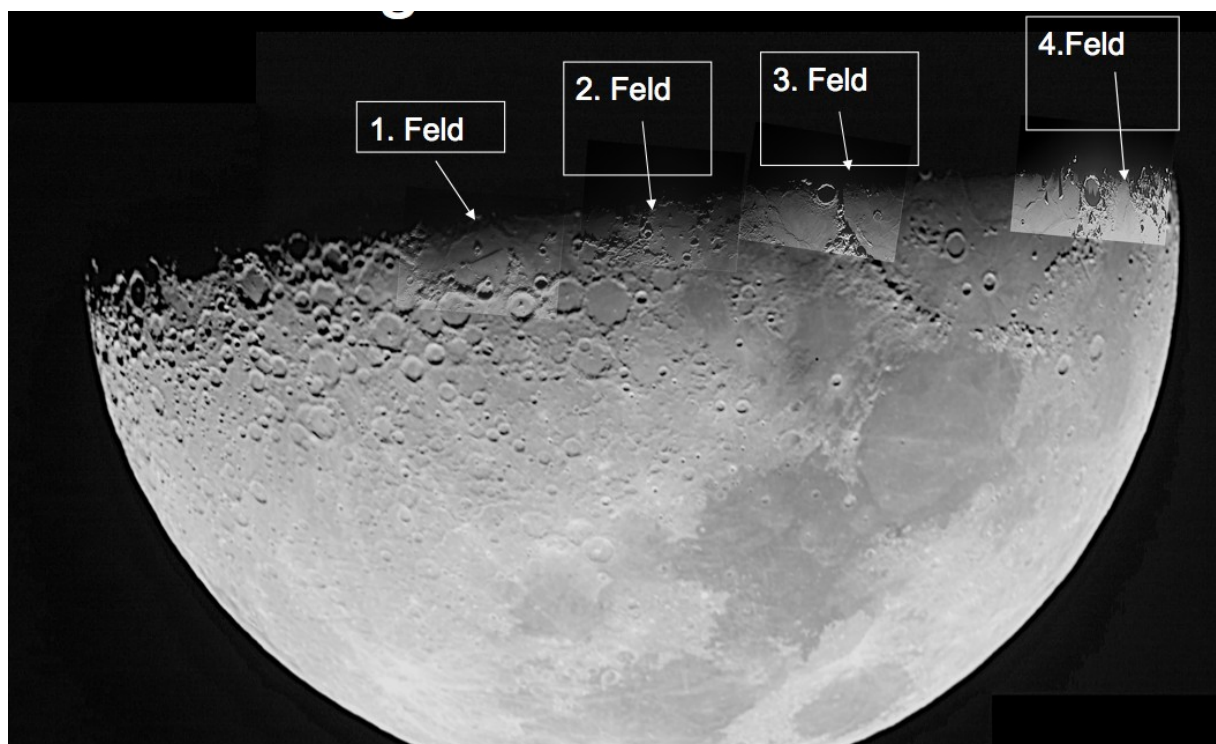
Im Bild: Das Teleskop auf dem Schuldach. Man beachte den Kabelsalat!

Für die Umsetzung unserer Projektidee war es notwendig, hochaufgelöste und scharfe Bilder von Bergen mit Schattenwurf am Mondterminator zu gewinnen. Gleichzeitig musste die Position der Berge und des Schattens auf der Mondscheibe bekannt sein. Wir trennten diese beiden Anforderungen deshalb auf.

Mit der Webcam gewannen wir mit dem Prinzip des „Lucky Imaging“ hochaufgelöste Bilder von einzelnen kleinen Bereichen am Terminator. Am Ende einer solchen Beobachtungsserie lieferte die Spiegelreflexkamera größere und unschärfere Übersichtsaufnahmen.

Die Übersichtsaufnahmen wurden am Computer zu einem vollständigen Mosaik der Mondscheibe zusammengesetzt. In dieses Mosaik wurden die hochaufgelösten Bilder an den passenden Stellen eingefügt. Dieses Endbild ging weiter zur Vermessung...

Obwohl wir mehrere Abende für die Gewinnung von Mondaufnahmen verwendeten, genügte die Luftruhe nur an einem Abend unseren Anforderungen – der eisige Abend des Samstags, den 23.01.10. Alle Ergebnisse beziehen sich auf die bei dieser Gelegenheit gewonnenen Daten.



Im Bild: Mondmosaik aus mehreren Bildern der Spiegelreflexkamera. Überlagert sieht man am Terminator vier Felder, welche aus Webcambildern gewonnen wurden. Die höhere Auflösung dieser Bilder ist offensichtlich!

Im folgenden sieht man die vier Felder einzeln:



Webcamfeld Nr. 1 mit Rupes Recta.

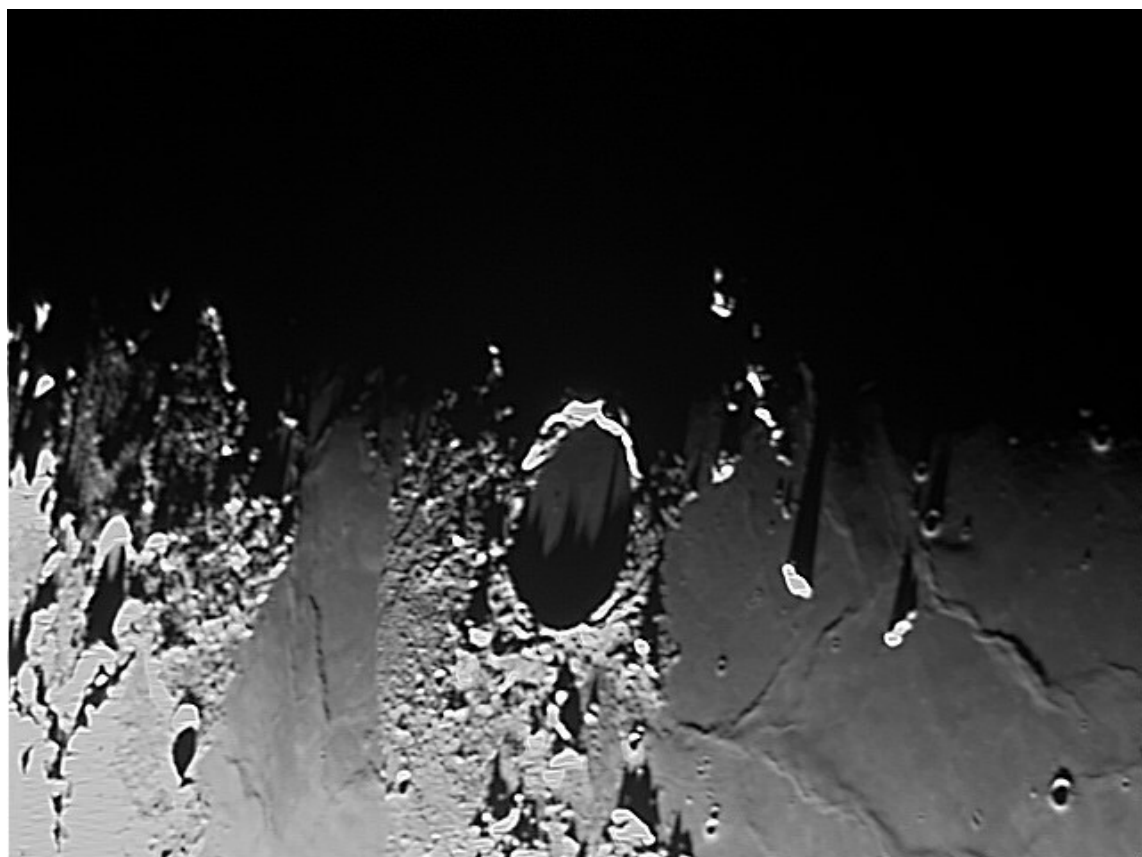


Webcamfeld Nr. 2 mit Lalande.





Webcamfeld Nr. 3 mit Erathostenes.



Webcamfeld Nr. 4 mit Plato.

## 5. Die Auswertung

[zurück zum Inhaltsverzeichnis](#)

Nach der Datengewinnung ging es ans Auswerten. Diese Tätigkeit begannen wir im Februar. Zunächst konzentrierten wir uns auf die Entwicklung eines mathematischen Modells für die Berechnung der Mondhöhen. So hofften wir die Parameter zu erkennen, welche wir aus den Daten extrahieren müssten. Bei diesem Schritt war unser Vorstellungsvermögen über alle Maße gefragt. Schlussendlich setzten wir auf einen Ansatz mit Vektorrechnung. Damit ersparten wir uns einiges an Vorstellungsarbeit und ließen uns stattdessen von der Mathematik führen. Da den Zweitklässlern die mathematischen Voraussetzungen noch fehlen, waren sie bei diesen Schritten nicht dabei. Das Modell wird im folgenden vorgestellt.

### Mathematisches Modell

Die Gedanken, welche zum fertigen Modell führen, sind nachfolgend zusammengefasst:

1. Wir betrachten die Ebene, welche von Erde, Mond und Sonne aufgespannt wird. Wir legen nun den Ursprung eines dreidimensionalen kartesischen Koordinatensystems in das Zentrum des Mondes. Die y-Achse weist orthogonal aus der Ebene heraus, die z-Achse zeigt in Richtung Erde. Auf der von der Erde aus sichtbaren Mondscheibe sehen wir die x- und y-Achse.
2. Nun bilden wir die Vektoren Mond-Erde  $\vec{ME}$ , Erde-Sonne  $\vec{ES}$ , Mond-Sonne  $\vec{MS}$  und Mond-Berg  $\vec{MB}$ . Aufgrund der großen Distanz zwischen Erde und Sonne können wir annehmen, dass die Sonnenstrahlen die Erde und den Mond parallel erreichen! Damit gilt  $\vec{ES} = \vec{MS}$ . Am Ort des Mondberges legen wir die Tangentialebene T an die Mondkugel. Dazu benutzen wir einen normierten Normalenvektor:  $\vec{n}_0 = \frac{\vec{MB}}{|\vec{MB}|}$ .

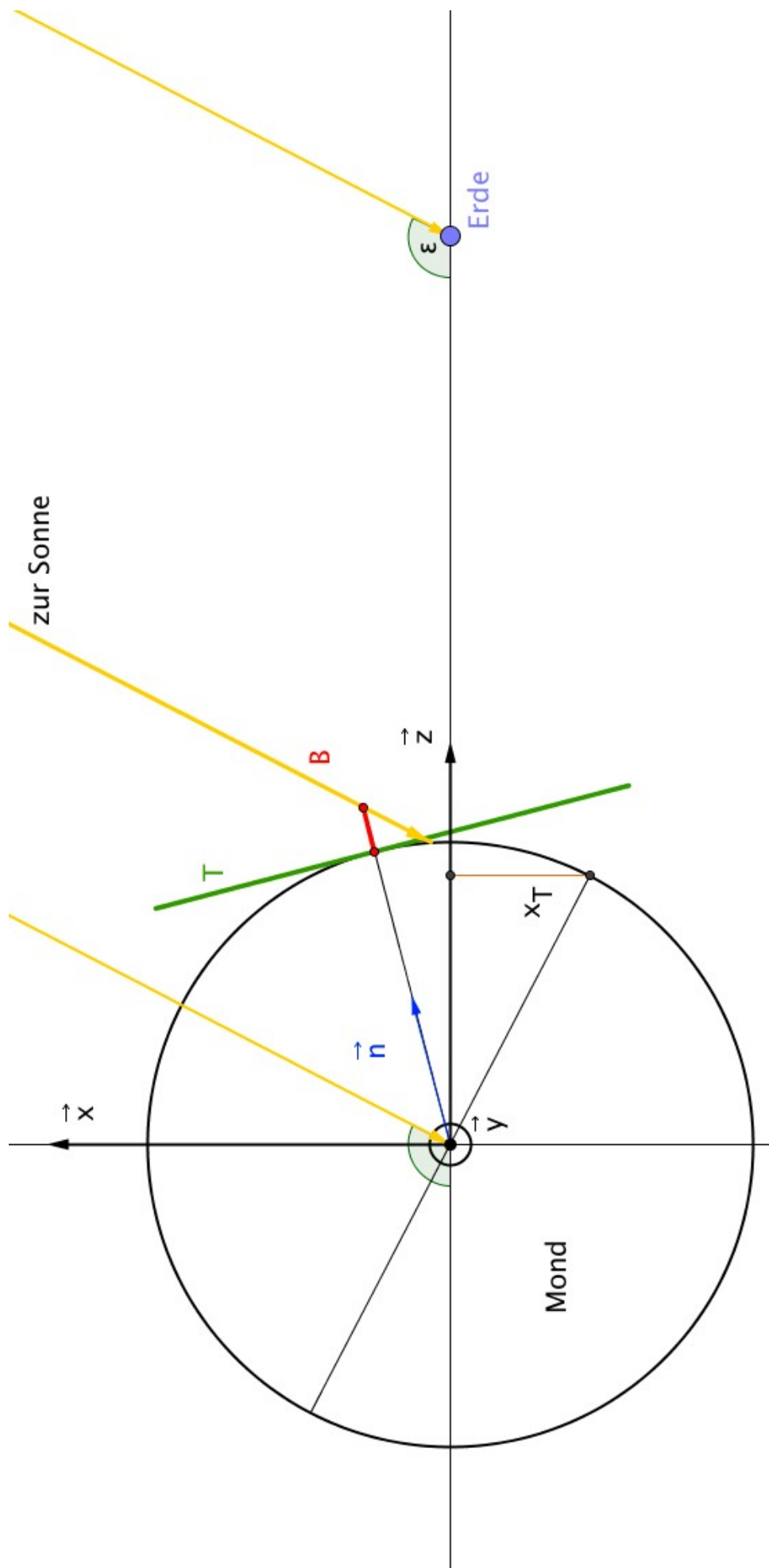
$$\vec{ME} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot d_{EM}, \text{ mit } d_{EM} \text{ dem Abstand Erde-Mond.}$$

$$\vec{MS} = \begin{pmatrix} \sin(180-\epsilon) \\ 0 \\ \cos(180-\epsilon) \end{pmatrix} \cdot d_{ES} = \begin{pmatrix} \sin(\epsilon) \\ 0 \\ -\cos(\epsilon) \end{pmatrix} \cdot d_{ES}, \text{ mit } d_{ES} \text{ dem Abstand Erde-Sonne.}$$

$$\vec{MB} = \begin{pmatrix} x_b \\ y_b \\ \sqrt{1-x_b^2-y_b^2} \end{pmatrix} \cdot r_M = \vec{n}_0 \cdot r_M, \text{ mit } r_M, \text{ dem Radius des Mondes.}$$

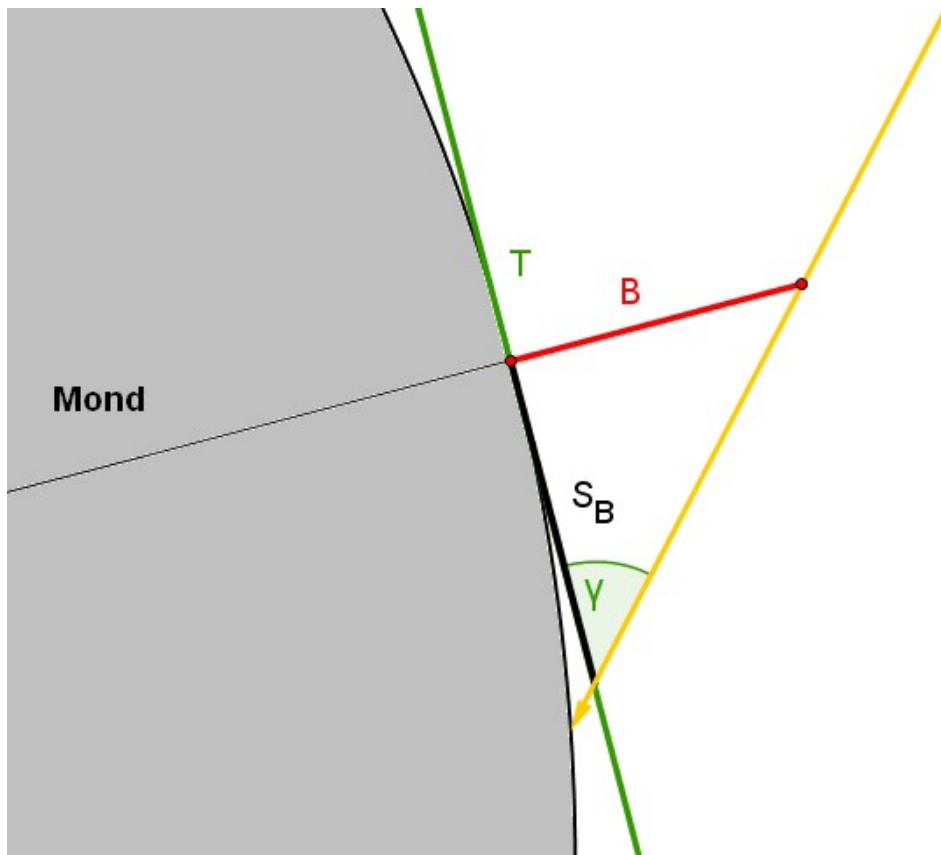
Die Elongation lässt sich über  $x_T$ , der x-Koordinate des Terminators ermitteln:

$$\sin(\epsilon - 90) = -x_T \quad \Rightarrow \quad -\sin(90 - \epsilon) = -x_T \quad \Rightarrow \quad \cos(\epsilon) = x_T$$





3. In der Skizze ist die Bezeichnung der relevanten Winkel ersichtlich: Am Ort der Erde bildet sich der Elongationswinkel Epsilon  $\epsilon$ . Es ist dies der Winkel zwischen Sonne und Mond am Erdhimmel. Dieser ist uns nicht durch direkte Messung zugänglich. Aber er lässt sich aus der Mondphase ermitteln.
4. An der Tangentialebene haben wir den Berg und die Länge seines Schattens  $s$ . Die Höhe der Sonne über dem Horizont nennen wir Gamma  $\gamma$ . Die Krümmung der wahren Mondoberfläche vernachlässigen wir aufgrund des großen Krümmungsradius.



5. Um Gamma zu bestimmen, suchen wir über das Skalarprodukt den Schnittwinkel zwischen T und den Sonnenstrahlen, also den Zwischenwinkel von  $\vec{n}$  und  $\vec{MS}$ .

$$\cos(90 - \gamma) = \frac{\vec{n}_0 \cdot \vec{MS}}{|\vec{n}_0| |\vec{MS}|}$$

$$\sin(\gamma) = \begin{pmatrix} x_B \\ y_B \\ \sqrt{1 - x_B^2 - y_B^2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sin \epsilon \\ 0 \\ -\cos \epsilon \end{pmatrix} = x_B \cdot \sin \epsilon - \sqrt{1 - (x_B^2 + y_B^2)} \cdot \cos \epsilon$$

$$\sin \gamma = x_B \cdot \sqrt{1 - x_T^2} - \sqrt{1 - (x_B^2 + y_B^2)} \cdot x_T$$

Die Größen  $x_B$ ,  $y_B$  und  $x_T$  sind allesamt relative Größen in Einheiten des Mondradius und müssen aus den Aufnahmen des Mondes abgemessen werden.

6. Die scheinbare Länge des Schattens muss noch deprojiziert werden:

$$s_B = \frac{s'}{\sin x_B}$$

7. Schließlich kommt man über einen Tangens auf die Höhe des Berges:

$$h_B = s_B \cdot \tan \gamma$$

## Die Bildgewinnung und -bearbeitung

Die Schatten der Mondberge sind ausgesprochen kleine Strukturen in der Größenordnung von unter einer Bogenminute. Um sie genau vermessen zu können, sind hochaufgelöste Aufnahmen nötig. Hierzu bedienen wir uns des Prinzips des Lucky Imaging. Dabei wird statt einer Einzelaufnahme ein Videostream des betreffenden Mondgebietes gemacht. Nach wenigen Minuten hat man einige tausend Einzelbilder „im Kasten“. Sieht man sich den Videostream an, so kann man deutlich die Luftunruhe in Form von wabbernden Schlieren sehen. Diese setzen die Auflösung des Bildes stark herab. Immer wieder gibt es jedoch kurze Momente, in denen das Seeing zufällig sehr gut ist und kleine Strukturen klar zutage treten. Mit einer eigenen Software können diese Bilder höchster Auflösung und Schärfe aus dem Stream automatisch extrahiert und passgenau überlagert werden. Man verwendet hierzu zumeist einige hundert gute Einzelbilder, um das Rauschen zu minimieren. Anschließend kann man diese Bilder stark schärfen, ohne signifikante Artefakte zu erhalten.

Wir haben auf diese Art und Weise in der Nacht vom 23.01.10 etliche hochaufgelöste Bilder von Strukturen am Mondterminator erhalten. Die Bearbeitung erfolgte im Februar und März mit Hilfe der freien Software „Registax“ (<http://www.astronomie.be/registax/>). Die bearbeiteten Einzelbilder sieht man weiter oben in diesem Dokument.

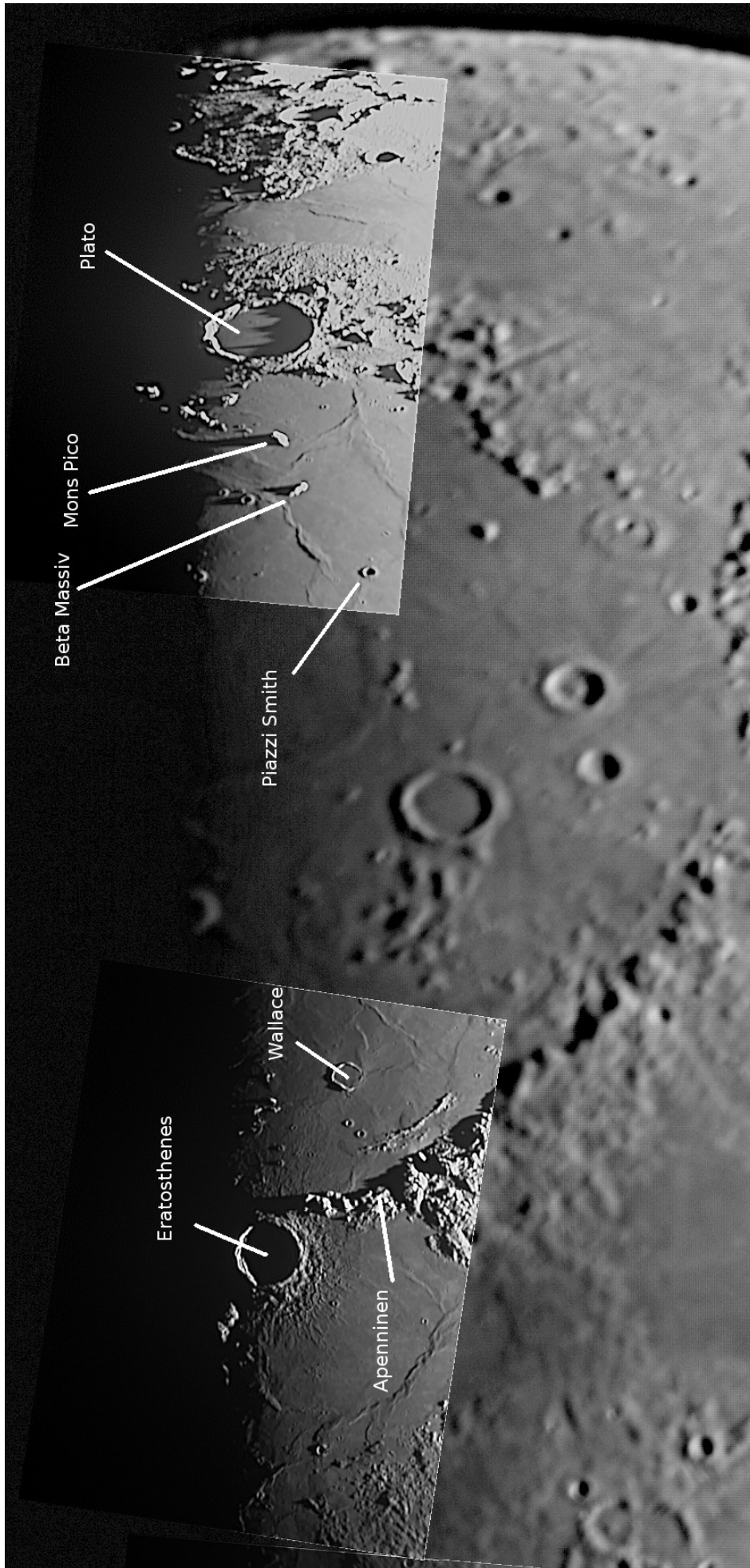
Für die Datenauswertung war es weiters nötig, die Position der zu untersuchenden Strukturen auf der Mondscheibe richtig zu bestimmen. Deshalb machten wir mit einer digitalen Spiegelreflexkamera (Canon EOS 40D) durch das Teleskop Übersichtsaufnahmen der Mondoberfläche. Diese Bilder wurden anschließend mit der freien Software „Fitswork“ (<http://www.fitswork.de/software/>) zu einem Mosaik zusammengefügt.

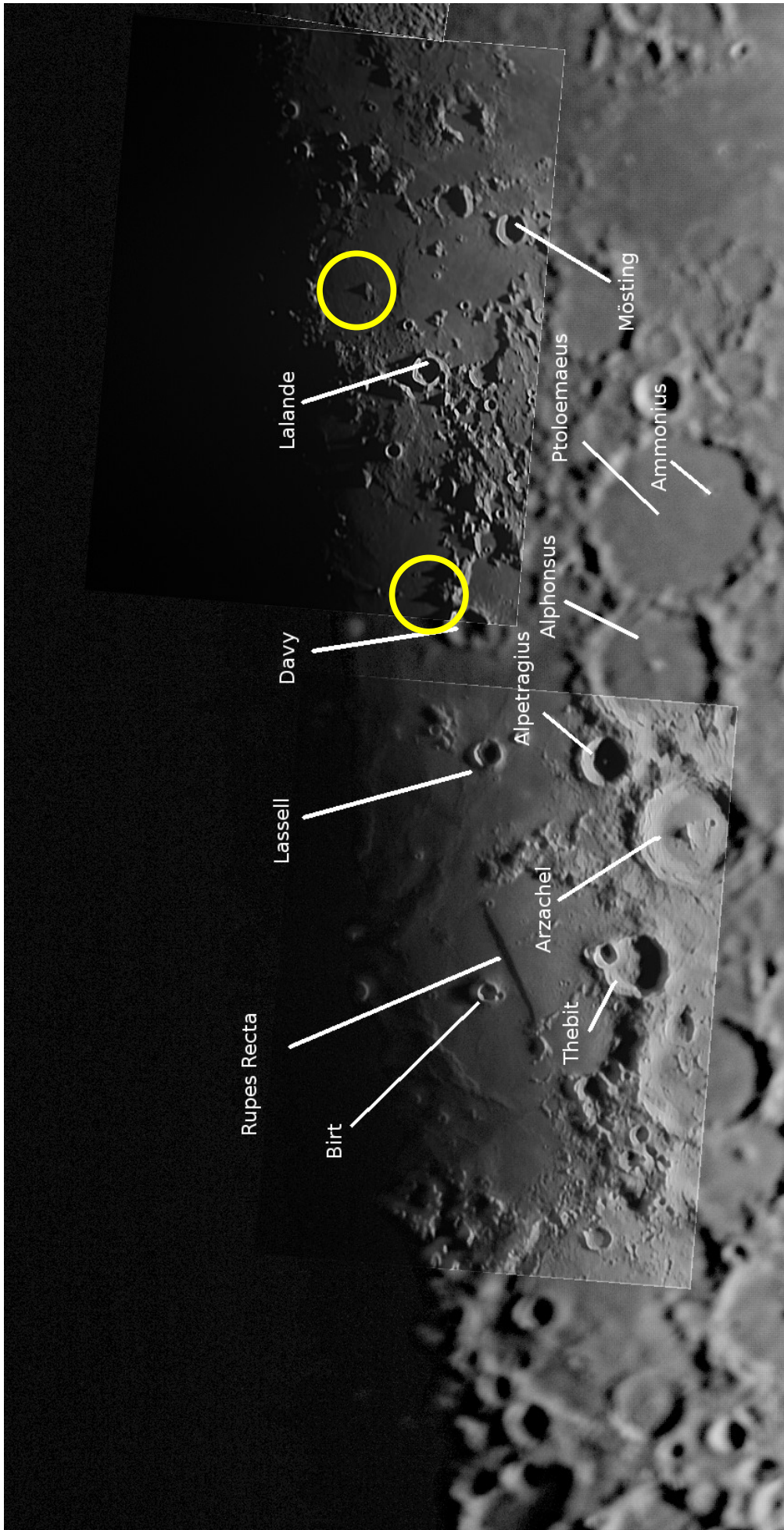
Im dritten Schritt mussten die hochaufgelösten Webcambilder in dieses Mondmosaik eingefügt werden. Auch für diese Aufgabe nutzten wir die entsprechende Funktion von Fitswork. Hierzu mussten geeignete Passmuster im Einzelbild und im Mosaik angegeben werden – den Rest erledigte Fitswork.

Im so entstandenen Bild wurden nun die markantesten Strukturen identifiziert und mit Namen versehen. Das Resultat dieser Schritte ist im Bild auf der folgenden Seite gezeigt. Den Terminator selbst sieht man in den darauffolgenden beiden Bildern. Zwei der untersuchten Strukturen sind gelb markiert.









## Das Vermessen der Bilder

Für das Vermessen des Mosaiks luden wir es in ein Arbeitsblatt der Software „Geogebra“ (<http://www.geogebra.org/cms/>) und positionierten es als Hintergrundbild bei den Koordinaten (0,0). Nun konnten die Objekte des Geometrieprogramms für die Vermessung des Bildes verwendet werden.

Die Schritte werden nun beschrieben:

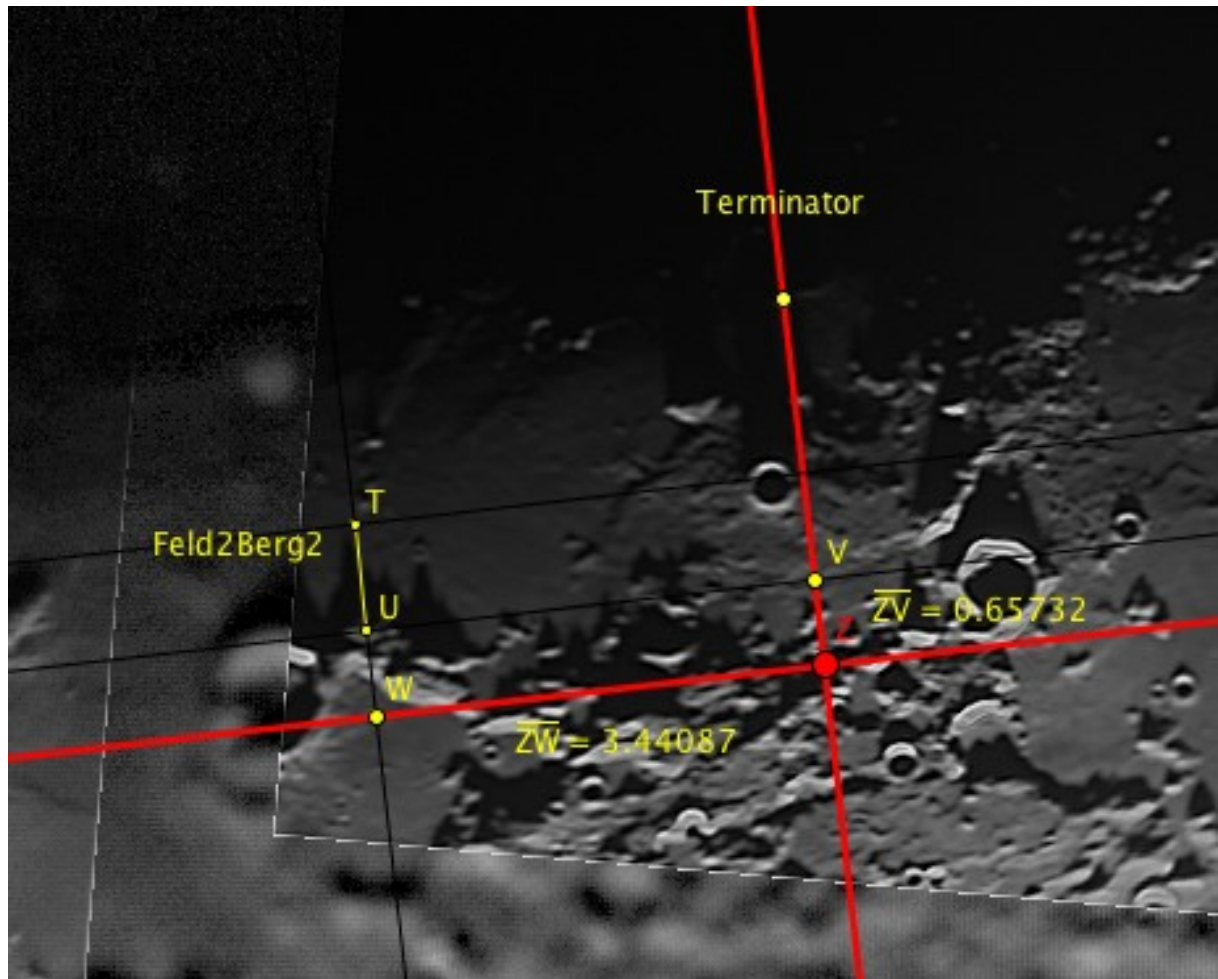
Als erstes musste der Mittelpunkt des Mondes gefunden werden. Dazu wurden am beleuchteten Mondrand mehrere Punkte gesetzt. Bereits hier schleichen sich kleine Ungenauigkeiten ein, da der Mondrand natürlich deutlich hügelig erscheint. Durch die Wahl einer ausreichend großen Anzahl von Punkten wird dieser Fehler aber verkleinert. Diese Punkte benutzten wir nun, um eine große Anzahl von Sehnen zu bilden. Die Mittelsenkrechten dieser Sehnen sollten sich im optimalen Fall in einem Punkt, dem Mittelpunkt des Mondbildes schneiden. Das hat auch recht gut geklappt. Den Radius des Mondes in Pixeln zu finden war dann nicht weiter schwierig.

In Mittelpunkt kreuzen sich die x-Achse und die y-Achse unseres gewählten Koordinatensystems. Die beiden Achsen sind orthogonal aufeinander, wie sie aber genau im Bild liegen ist nicht ohne weiteres feststellbar. Wir benutzten folgendes Vorgehen um die y-Achse festzunageln: Wir zogen mehrere konzentrische Kreise um den Mondmittelpunkt und bestimmten so gut wie möglich die beiden Schnittpunkte zwischen Kreis und Mondterminator. Die Verbindungsgerade dieser Schnittpunkte sollte parallel zur y-Achse sein. Da die Licht-Schatten-Grenze nur ungenau erkennbar ist, liegt in diesem Schritt ein großes Fehlerpotential. Deshalb haben wir die Gleichungen aller entstehenden Verbindungsgeraden verwendet, um eine mittlere Steigung und einen mittleren y-Achsenabschnitt zu ermitteln. Diese mittlere Gerade wurde dann durch den Mondmittelpunkt gelegt und damit zur y-Achse. Die x-Achse steht einfach orthogonal darauf. Sobald man die Achsen hat, lässt sich die x-Koordinate des Terminators  $x_T$  in relativen Einheiten ablesen und daraus der Elongationswinkel berechnen.

Im letzten Schritt muss nun noch die x- und y-Position eines gewählten Berges in relativen Einheiten zum Mondradius bestimmt werden. Außerdem braucht es weiteres die relative Länge des Schattens dieser Struktur. Diese Messungen funktionieren relativ gut.

Mit all diesen ermittelten Werten wurde nun eine Exceltabelle gefüllt, welche die Formeln unseres mathematischen Modells beinhaltet.





Im Bild: Beispiel einer Vermessung

In rot sieht man die x- und y-Achse. Z ist das Montzentrum. Der Abstand  $x_T$  wurde mit dem gelben Punkt am Terminator bestimmt. Position und Schattellänge des Berges 2 im Feld 2 können abgelesen werden.

## 6. Die Ergebnisse

[zurück zum Inhaltsverzeichnis](#)

Aus der x-Koordinate des Terminators errechneten wir einen Elongationswinkel von  $93,71^\circ$ . Dies wurde durch die Angabe von Calsky ([www.calsky.com](http://www.calsky.com)) mit  $93,75^\circ$  gut bestätigt.

Schließlich lieferten unsere Exceltabellen folgende Werte:

| Nr. | Feld Nr. | Name der Struktur                            | Länge des Schattens in " | Sonnenstand in Grad | Höhe in Metern |
|-----|----------|--|--------------------------|---------------------|----------------|
| 1   | 1        | Rupes Recta (breiteste Stelle)               | 7,9                      | 3,29                | 423            |
| 2   | 2        | Höchster Berg rechts von Davy (gelber Kreis) | 35,0                     | 3,84                | 1619           |
| 3   | 2        | Isolierter Berg bei Lalande (gelber Kreis)   | 18,2                     | 1,62                | 482            |
| 4   | 3        | Kraterrand Wallace (Mitte)                   | 11,3                     | 3,10                | 573            |
| 5   | 4        | Beta Massiv                                  | 42,2                     | 3,32                | 2290           |
| 6   | 4        | Mond Pico (Untergrenze)                      | > 71,6                   | 2,41                | > 2822         |
| 7   | 4        | Kraterrand Plato (Untergrenze)               | > 82,5                   | 3,58                | > 4838         |

Vergleicht man die Höhen mit den Literaturwerten, so findet man, dass sie – sofern vorhanden, ein wenig zu groß sind. So wird z.B. für Mons Pico 2400 m angegeben, für Wallace etwa 400 m und für Rupes Recta bis zu 300 m. Besonders groß wird die Abweichung beim Kraterrand von Plato. Dessen Höhe wird mit bis zu 2400 m angegeben, während wir mehr als 4800 m erhalten.

Die Ursache der systematischen Abweichung nach oben konnten wir bislang nicht ermitteln. Fakt ist, dass bei sämtlichen Angaben aus dem Internet, die Bezugshöhe für die Höhenangaben fehlt. Auf der Erde ist diese Bezugshöhe einfach der mittlere Meeresspiegel, auf dem Mond fehlt diese natürliche Referenz. Unsere Bezugshöhe ist das umgebende Terrain. Ist dieses selbst geneigt, so wird unsere Höhe aufgrund der Verlängerung bzw. Verkürzung durch Projektion des Schattens verfälscht. Gerade aber beim Krater Plato können wir diese Verfälschung ausschließen, da der Kraterboden in jedem Fall eben sein sollte.

## 7. Ausblick

[zurück zum Inhaltsverzeichnis](#)

Wir haben durch unsere hochaufgelösten Webcambilder für eine Vielzahl von Strukturen am Mondterminator den Schattenwurf dokumentieren können. Für ausgewählte sieben Strukturen konnten wir diese Bilder weiters für Messungen verwenden, welche zu Höhenangaben für diese Strukturen geführt haben. Der Grund wieso diese Höhenangaben systematisch nach oben abweichen ist bislang noch ungeklärt und ist Gegenstand weiterer Recherchen.

Ein Ansatz wäre es im kommenden Schuljahr für genau diese Strukturen, die Messung bei einem anderen Sonnenstand zu wiederholen. Sollte sich die Abweichung reproduzieren lassen, wäre der Fehler in der Art und Weise zu suchen, wie in der Literatur Höhen für Mondstrukturen angegeben werden.

Es ist aber auch gut möglich, dass die Unsicherheit in der Bestimmung des Koordinatensystems im Mondmosaik für die Abweichung verantwortlich ist. Weitere Denkarbeit ist notwendig, um hierfür einen gangbareren Weg zu finden.

Es bestätigt sich heuer wie schon im letzten Jahr, dass man so anspruchsvolle Astroprojekte wie die Lichtgeschwindigkeitsbestimmung oder die Mondgebirgshöhenbestimmung prinzipiell nicht einfach erfolgreich abschließen kann. Solch eine Grenzziehung wäre mutwillig. Stattdessen ist diese Arbeit wie die Forschung selbst ein nicht aufhörender Prozess zu immer besseren und verlässlicheren Ergebnissen. Sieht man das wissenschaftliche Arbeiten und Streben selbst als das Ziel, so ist das bisher geleistete als voller Erfolg zu sehen.